Christian Mathissen
Johannisgasse 26, Zi. 3-33, Tel. 97-32285
mathissen@informatik.uni-leipzig.de

WS 07/08
Institut für Informatik
Universität Leipzig

1. Übungsblatt zur Vorlesung „Modelle nebenläufiger Prozesse: Spurtheorie"

Das Übungsblatt ist zu finden unter `www.informatik.uni-leipzig.de/~mathissen`. Die Aufgaben sind bis zur Übung am 25. Oktober 2007 vorzubereiten und werden von Ihnen dort an der Tafel vorgestellt.

Aufgabe 1-1. Sei (B, E, F) ein B/E-Netz. Sei weiter $a, b \in E$ mit aIb und $M, M', M'' \subseteq B$ mit $M \xrightarrow{a} M'$ und $M \xrightarrow{b} M''$. Zeigen Sie, dass ein $M''' \subseteq B$ existiert, so dass $M' \xrightarrow{b} M'''$ und $M'' \xrightarrow{a} M'''$.

Aufgabe 1-2. Sei S eine Menge und $\mathcal{R}$ die Menge aller zweistelligen Relationen auf S. Für zwei Relationen $R_1, R_2 \in \mathcal{R}$ definieren wir die Komposition $\circ : \mathcal{R} \times \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ durch

$$(p, r) \in R_1 \circ R_2 :\Longleftrightarrow \exists q \in S: \ (p, q) \in R_2 \text{ und } (q, r) \in R_1.$$

Zeigen Sie, dass $(\mathcal{R}, \circ)$ ein Monoid ist.

Aufgabe 1-3. Sei S eine Halbgruppe und seien $e, e' \in S$ idempotent.

a) Zeigen Sie, dass eSe ein Monoid ist.

b) Sei G_e die größte in eSe enthaltene Gruppe. (Warum existiert sie?)
Zeigen Sie, dass $G_e \cap G_{e'} = \emptyset$ falls $e \neq e'$.

Aufgabe 1-4. Seien M, M' Monoide und $f : M \to M'$ eine Abbildung mit $f(m_1 m_2) = f(m_1) f(m_2)$ für alle $m_1, m_2 \in M$. Zeigen Sie, dass f ein Homomorphismus ist, wenn $1_{M'} \in f(M)$ gilt.

Aufgabe 1-5. Seien M, M' Monoide und $f : M \to M'$ ein Homomorphismus. Zeigen Sie: Ist U' ein Untermonoid von M', dann ist $f^{-1}(U')$ ein Untermonoid von M.

Aufgabe 1-6.

a) Seien A eine Menge, M ein Monoid und $f : A \to M$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass es genau einen Homomorphismus $g : A^* \to M$ gibt, der auf A mit f übereinstimmt.

b) Zeigen Sie: Ist M ein Monoid, dann gibt es eine Menge A und einen Epimorphismus $g : A^* \twoheadrightarrow M$.