

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

# Klausur zur Vorlesung

## Einführung in das symbolische Rechnen

Wintersemester 2007/08 — apl. Prof. Dr. H.-G. Gräbe

---

### Bemerkungen:

- **Jedes Blatt ist mit Ihrem Namen, Vornamen und Ihrer Matrikelnummer zu versehen.**
  - Jede Aufgabe ist auf dem Aufgabenblatt oder dessen Rückseite zu lösen. Reicht der Platz nicht aus, so können Sie Zusatzblätter verwenden. Diese sind ebenfalls mit Namen, Vornamen und Matrikelnummer zu kennzeichnen.
  - Außer Papier, Schreibzeug und Zeichengeräten sind keine weiteren Hilfsmittel (insbesondere keine Taschenrechner und keine Aufzeichnungen) erlaubt.
  - Lösungswege müssen in logisch und grammatisch verständlichen Sätzen und in lesbarer Schrift dargestellt sein. Bei stichpunktartiger Darstellung muss der Inhalt der Antwort zweifelsfrei erkennbar sein.
  - Im Aufgabenteil sind alle Aussagen zu begründen, im Fragenteil sind keine Begründungen erforderlich.
  - **Handys sind während der Klausur abzuschalten.**
-

Name:	Punkte:
Vorname:	
Matrikelnummer:	

### Aufgabe 1

(10 Punkte)

Das CAS *MLipsia* versteht folgende Syntax:

<code>:=</code>	Zuweisungsoperator
<code>List(a,b,...,c)</code>	Liste aus $a, b, \dots, c$
<code>l.i</code>	Zugriff auf Element Nummer $i$ der Liste $l$
<code>Map(f,L)</code>	Map-Funktion mit Funktion $f$ und Liste $L$
<code>y -&gt; E(y)</code>	namenlose Funktion $y \mapsto E(y)$
<code>Solve(B,vars)</code>	löst das (als Liste gegebene) System $B$ bzgl. der Variablenliste $vars$ und gibt eine Substitutionsliste zurück
<code>y=A</code>	Substitution; ersetze $y$ durch den Ausdruck $A$
<code>Subs(s,L)</code>	wendet die Liste von Substitutionen $s$ auf den Ausdruck $L$ an

- a. Geben Sie an, wie mit *MLipsia* die Lösungen `sol` des Systems
 
$$B:=List(x^2+2*x=y+2, y^2=1)$$
 bestimmt werden können. (2 Punkte)
- b. Wie sieht die zu erwartende Antwort aus? (3 Punkte)
- c. Geben Sie an, wie mit *MLipsia* die Probe ausgeführt werden kann, die zeigt, dass jedes Element von `sol` wirklich Lösung von  $B$  ist. Welche (sinnvollen) Annahmen über das Simplifikationsverhalten von *MLipsia* haben Sie dabei vorausgesetzt? (3 Punkte)
- d. Geben Sie an, wie mit *MLipsia* aus `sol` die Liste der Werte  $x^2 + y^2$  für alle Lösungen bestimmt werden kann. (2 Punkte)

Geben Sie die semantische Bedeutung zusätzlich verwendeter syntaktischer Elemente an.

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

## Aufgabe 2

(10 Punkte)

- a. Erläutern Sie, warum die Vereinfachung  $\arctan(\tan(x)) = x$  von einem CAS ohne weitere Voraussetzungen nicht vorgenommen werden darf. Geben Sie eine Assume-Voraussetzung für  $x$ , unter der die Vereinfachung mathematisch korrekt ist. (4 Punkte)
- b. Maxima nimmt diese Vereinfachung trotzdem vor, wie sich an der Berechnung von `atan(tan(25*%pi/7))` nachprüfen lässt (`atan` ist der Maxima-Bezeichner für die arctan-Funktion). Wie lautet das Ergebnis von `atan(tan(25*%pi/4))`? Begründen Sie Ihre Antwort. (3 Punkte)
- c. Geben Sie eine Vereinfachung für  $\arctan(\tan(x))$  an, die für alle reellen  $x$  mathematisch korrekt ist. (3 Punkte)

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

### Aufgabe 3

(10 Punkte)

- a. Ein CAS kann die Werte der Winkelfunktionen  $\sin(\alpha)$  und  $\cos(\alpha)$  für  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  und  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  durch Wurzelausdrücke darstellen. Geben Sie einen Weg an, wie mit diesem CAS ein Wurzelausdruck für  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$  berechnet werden kann und bestimmen Sie diesen Ausdruck. (3 Punkte)
- b. Bestimmen Sie den Grad der algebraischen Zahl  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ . (2 Punkte)
- c. Formulieren Sie den Simplifikationssatz für den Körper  $R = \mathbb{Q}[\sqrt[3]{2}]$  und berechnen Sie die Normalform von  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$  in  $R$ . (5 Punkte)

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

## Fragenteil

(10 Punkte)

- a. Was versteht man unter einer *namenlosen Funktion*? Geben Sie ein Beispiel einer CAS-Berechnung, in deren Ergebnis eine solche namenlose Funktion auftritt. (3 Punkte)
- b. Wann ist eine Regel  $R = \text{rule}(L, R, B)(u_1, \dots, u_n)$  auf einen Ausdruck  $A$  anwendbar? (4 Punkte)
- c. Erläutern Sie die Begriffe Funktionssymbol, Funktionskopf und Funktionsausdruck. (3 Punkte)