

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

Klausur zur Vorlesung

Einführung in das symbolische Rechnen

Wintersemester 2006/07 — Prof. Dr. H.-G. Gräbe

Bemerkungen:

- **Jedes Blatt ist mit Ihrem Namen, Vornamen und Ihrer Matrikelnummer zu versehen.**
 - Jede Aufgabe ist auf dem Aufgabenblatt oder dessen Rückseite zu lösen. Reicht der Platz nicht aus, so können Sie Zusatzblätter verwenden. Diese sind ebenfalls mit Namen, Vornamen und Matrikelnummer zu kennzeichnen.
 - Außer Papier, Schreibzeug und Zeichengeräten sind keine weiteren Hilfsmittel (insbesondere keine Taschenrechner und keine Aufzeichnungen) erlaubt.
 - Lösungswege müssen in logisch und grammatisch verständlichen Sätzen und in lesbarer Schrift dargestellt sein. Bei stichpunktartiger Darstellung muss der Inhalt der Antwort zweifelsfrei erkennbar sein.
 - Im Aufgabenteil sind alle Aussagen zu begründen, im Fragenteil sind keine Begründungen erforderlich.
 - **Handys sind während der Klausur abzuschalten.**
-

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe 1

(10 Punkte)

- a. Formulieren Sie den Simplifikationssatz für den Ring $\mathbb{Q}[a]$, wobei a das Symbol für eine algebraische Zahl mit dem Minimalpolynom $p(x)$ ist. (3 Punkte)
- b. Gegeben ist der Ring $\mathbb{Q}[a_1, a_2]$, wobei a_1, a_2 Symbole für algebraische Zahlen mit demselben Minimalpolynom $p(x)$ sind? Kann allein aus diesen Angaben ein Normalformoperator konstruiert werden? Begründen Sie Ihre Antwort. (4 Punkte)
- c. Der Ring $\mathbb{Q}[a]$ aus Teil a. ist in Wirklichkeit ein Körper. Beschreiben Sie ein Verfahren, wie zu einem Ausdruck $f(a) \in \mathbb{Q}[a], f(a) \neq 0$ eine Darstellung von $1/f(a)$ als polynomialer Ausdruck in a gefunden werden kann. (3 Punkte)

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe 2

(10 Punkte)

Gegeben sind der Kreis $x^2 + y^2 + 6y - 91 = 0$ und die Kurve $y = a x^2 + b$. Bestimmen Sie a und b , so dass die Kurven einander in $P(6, y)$, $y > 0$, unter einem Winkel von 90 Grad schneiden.

- Geben Sie einen mathematischen Lösungsweg an, mit dem sich diese Aufgabe erfolgreich bearbeiten lässt. (4 Punkte)
- Setzen Sie diesen Weg im gewählten CAS um und erläutern Sie, welche Struktur genau die Ergebnisse Ihrer Zwischenergebnisse haben werden. (3 Punkte)
- Welche Simplifikationseigenschaften Ihres CAS haben Sie eingesetzt und mit welchen einfachsten Simplifikationen wäre derselbe Effekt zu erreichen gewesen? (3 Punkte)

In dieser Aufgabe ist die Syntax eines der gängigen CAS zu verwenden. Geben Sie an, auf welches CAS Sie Bezug nehmen.

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe 3

(10 Punkte)

Der Ellipse $9x^2 + 16y^2 = 144$ soll ein möglichst großes Rechteck einbeschrieben werden, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen liegen. Bestimmen Sie die Abmessungen dieses Rechtecks.

- a. Geben Sie einen mathematischen Lösungsweg an, mit dem sich diese Aufgabe erfolgreich bearbeiten lässt. (4 Punkte)
- b. Setzen Sie diesen Weg im gewählten CAS um und erläutern Sie, welche Struktur genau die Ergebnisse Ihrer Zwischenergebnisse haben werden. (3 Punkte)
- c. Welche Simplifikationseigenschaften Ihres CAS haben Sie eingesetzt und mit welchen einfachsten Simplifikationen wäre derselbe Effekt zu erreichen gewesen? (3 Punkte)

In dieser Aufgabe ist die Syntax eines der gängigen CAS zu verwenden. Geben Sie an, auf welches CAS Sie Bezug nehmen.

Name:

Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

Fragenteil

(10 Punkte)

- a. Warum wird der Ausdruck $\sqrt{x}\sqrt{y} - \sqrt{xy}$ im Allgemeinen nicht zu 0 vereinfacht? Unter welchen möglichst allgemeinen Bedingungen wäre diese Vereinfachung zulässig?
(3 Punkte)
- b. Erläutern Sie die beiden Adjektive im Begriff „symbolisch-algebraische Manipulation“, mit dem Computeralgebrasysteme charakterisiert werden.
(4 Punkte)
- c. Erläutern Sie die Begriffe „Symbolvariable“, „Wertvariable“ und die Beziehung zwischen ihnen.
(3 Punkte)