Name:	Punkte:
Vorname:	
Matrikelnummer:	

Klausur zur Vorlesung

Einführung in das symbolische Rechnen

Wintersemester 2005/06 — Prof. Dr. H.-G. Gräbe

Bemerkungen:

- **Jedes Blatt ist mit Ihrem Namen, Vornamen und Ihrer Matrikelnummer zu versehen**.
- Jede Aufgabe ist auf dem Aufgabenblatt oder dessen Rückseite zu lösen. Reicht der Platz nicht aus, so können Sie Zusatzblätter verwenden. Diese sind ebenfalls mit Namen, Vornamen und Matrikelnummer zu kennzeichnen.
- Außer Papier, Schreibzeug und Zeichengeräten sind keine weiteren Hilfsmittel (insbesondere keine Taschenrechner und keine Aufzeichnungen) erlaubt.
- Lösungswege müssen in logisch und grammatisch verständlichen Sätzen und in lesbarer Schrift dargestellt sein. Bei stichpunktartiger Darstellung muss der Inhalt der Antwort zweifelsfrei erkennbar sein.
- Im Aufgabenteil sind alle Aussagen zu begründen, im Fragenteil sind keine Begründungen erforderlich.
- **Handys sind während der Klausur abzuschalten.**

Name:	Punkte:
Vorname:	
Matrikelnummer:	

Aufgabe 1 **(12 Punkte)**

a. Diskutieren und begründen Sie, unter welchen Voraussetzungen die Vereinfachungen $\tan(\arctan(x)) \mapsto x$ bzw. $\arctan(\tan(x)) \mapsto x$ zulässig sind. (4 Punkte)

b. Maxima berechnet $\arctan(\tan(25\pi/4)) = \frac{\pi}{4}$, aber $\arctan(\tan(25/7\pi)) = \frac{25\pi}{7}$.
   Geben Sie eine plausible Erklärung für dieses Verhalten. (4 Punkte)

c. Für welche $m, n \in \mathbb{N}$ kann $\tan(m \arctan(x) + n \arctan(y))$ zu einem rationalen Ausdruck in x, y vereinfacht werden?

   Geben Sie ein Regelsystem an, mit welchem diese Vereinfachung erreicht werden kann. (4 Punkte)

Name:	Punkte:
Vorname:	
Matrikelnummer:	

Aufgabe 2 (12 Punkte)

In dieser Aufgabe ist die Syntax eines der gängigen CAS zu verwenden. Geben Sie an, auf welches CAS Sie Bezug nehmen.

> Gegeben ist für $x > 0$ die Funktion $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$. Der Graph dieser Funktion liegt vollständig im ersten Quadranten.
>
> Es ist die Lage eines Streifens der Breite 3 parallel zur y-Achse zu bestimmen, der außerdem vom Graph der Kurve und der x-Achse begrenzt wird, und dessen Flächeninhalt unter allen solchen Streifen minimal ist.

a. Geben Sie an, wie Sie diese Aufgabe mit Ihrem CAS angehen würden und begründen Sie Ihre Schritte. Es sollen wenigstens drei Zwischenschritte erkennbar sein. (3 Punkte)

b. Erläutern Sie, welche Struktur genau die Ergebnisse Ihrer Zwischenergebnisse haben werden und mit welchen Ergebnissen Sie quantitativ rechnen. (3 Punkte)

c. Welche Simplifikationen haben Sie vorgenommen und mit welchen einfachsten Simplifikationen wäre derselbe Effekt zu erreichen gewesen? (3 Punkte)

d. Diskutieren Sie das Problem aus mathematischer Sicht für beliebige stetige Funktionen $f(x)$, die für alle $x > 0$ definiert sind. (3 Punkte)

Name: Punkte:

Vorname:

Matrikelnummer:

Fragenteil (16 Punkte)

a. Nennen Sie die wichtigsten Besonderheiten des Variablenkonzepts im symbolischen Rechnen gegenüber klassischen Programmiersprachen. (4 Punkte)

b. Definieren Sie den Begriff "rekursive Normalform" und formulieren Sie den Satz über dessen Normalformeigenschaft für Polynome $p(x_1, \ldots, x_n)$ in den Variablen $x_1, \ldots, x_n$ mit Koeffizienten aus einem Grundring R. (4 Punkte)

c. Warum wird der Ausdruck $\sqrt{x}\sqrt{y} - \sqrt{x\,y}$ im Allgemeinen nicht zu 0 vereinfacht? Unter welchen möglichst allgemeinen Bedingungen wäre diese Vereinfachung zulässig? (4 Punkte)

d. Nennen Sie die grundlegenden Design-Bestandteile des Kerns eines CAS und beschreiben Sie jeden Bestandteil mit einem Satz. (4 Punkte)