Klausur zu Vorlesung
Einführung in das symbolische Rechnen
Wintersemester 2001/02

Klausuraufgabe 1 **(8 Punkte)**

a. Erläutern Sie, warum die Maple-Funktion `normal` (in der Version 7) den Ausdruck

$$\frac{\exp(5*x)+\exp(3*x)}{\exp(5*x)-\exp(3*x)}$$

nicht weiter vereinfacht. (2 Punkte)

b. Welche zusätzlichen Regeln müssten angewendet werden, um auf die rationale Normalform

$$\frac{\exp(x)^2+1}{\exp(x)^2-1}$$

zu kommen? (2 Punkte)

c. Formulieren Sie einen (mathematisch korrekten) Satz über die Normalformeigenschaft polynomialer Ausdrücke mit algebraischen Zahlen in RootOf-Notation. (4 Punkte)

Klausuraufgabe 2 **(8 Punkte)**

Das (hypothetische) CAS "MLipsia" versteht neben den üblichen arithmetischen und logischen Operationen die folgende Syntax:

`:=`	Zuweisungsoperator
`[a,b,...,c]`	Liste aus $a, b, \ldots, c$
`Map(f,L)`	Map-Funktion mit Funktion f und Liste L
`Select(f,L)`	Select-Funktion mit Funktion f und Liste L
`y -> E(y)`	Funktion $y \mapsto E(y)$, wobei $E(y)$ ein von y abhängender Ausdruck ist
`NSolve(B,vars)`	bestimmt die numerischen Nullstellen des (als Liste gegebenen) Systems B bzgl. der Variablenliste $vars$ und gibt diese in Form einer Substitutionsliste zurück
`Subs(s,L)`	wendet die (Liste von) Substitutionen s auf den Ausdruck L an

a. Geben Sie an, wie mit MLipsia alle numerischen Lösungen des Systems

```
B:=[x^3+y=2, y^3+x=2]
```

bestimmt werden können, für die $x \neq y$ gilt. (3 Punkte)

b. Geben Sie an, wie daraus mit MLipsia eine Liste der Quadratsummen $x^2 + y^2$ dieser Lösungspaare bestimmt werden kann. (3 Punkte)

c. Nennen Sie zwei Simplifikationseigenschaften, die Ihre Lösung der Aufgabe a. für numerische Werte voraussetzt, die aber für symbolische Ausdrücke nicht gegeben wären? (2 Punkte)

Klausuraufgabe 3 (9 Punkte)

a. Warum wird der Ausdruck $\sqrt{x}\sqrt{y} - \sqrt{x\,y}$ im Allgemeinen nicht zu 0 vereinfacht? Unter welchen möglichst allgemeinen Bedingungen wäre diese Vereinfachung zulässig? (3 Punkte)

b. Erläutern Sie die Begriffe Funktionssymbol, Funktionskopf und Funktionsausdruck. (3 Punkte)

c. Geben Sie (in der Syntax eines der gängigen CAS) einen Ausdruck an, der sowohl ein Funktionssymbol enthält, das nicht als Funktionskopf auftritt, als auch einen Funktionskopf, der kein Funktionssymbol ist. (3 Punkte)