Klausur zu Vorlesung

Einführung in das symbolische Rechnen

Wintersemester 2000/2001

Klausuraufgabe 1 (10 Punkte)

Aufgabenstellung:

a. Geben Sie ein exaktes Regelsystem für das Funktionssymbol `Df` an, mit dem Ausdrücke der Form `Df(U)` in die Ableitung von U nach x transformiert werden können, wenn U ein Polynom in $\mathbf{Z}[x]$ in distributiver Normalform (DNF) ist. (5 Punkte)

   (Beispiel: $\mathtt{Df}(x^4 + 2x^3 + 7x) \mapsto 4x^3 + 6x^2 + 7$)

b. Demonstrieren Sie am Ausdruck `Df(12*x^5+x^2+7*x+2)`, wie Ihr Regelsystem operiert, indem sie die sukzessive angewendeten Regeln und die Zwischenschritte der Umformung angeben. (3 Punkte)

c. Erweitern Sie Ihr Regelsystem auf Polynome in $\mathbf{Z}[x]$, die nicht in DNF gegeben sind und demonstrieren Sie am Ausdruck `Df((x^2-3)^2*(x^2-5))` die Wirkung Ihres Regelsystems. (2 Punkte)

Zur Syntax von Regelsystemen: Geben Sie Ihre Regelsysteme als Listen von bedingten und unbedingten Regeln an in der Form

unbedingte Regel	`LHS => RHS,`
bedingte Regel	`LHS => RHS when (Prädikat),`

wobei als Prädikate die Funktionen `is_freeof_x(E)` (E enthält die Variable x nicht), `is_integer(E)` (E ist eine ganze Zahl), die Operatoren $<, =, >$ sowie deren logische Verknüpfungen durch `and`, `or` und `not` verwendet werden dürfen. Formale Parameter sind wie in Reduce durch eine vorangestellte Tilde zu kennzeichnen.

Klausuraufgabe 2 (10 Punkte)

Aufgabenstellung: Das CAS "MLipsia" versteht folgende Syntax:

`:=`	Zuweisungsoperator
`[a,b,...,c]`	Liste aus $a, b, \dots, c$
`Map(f,L)`	Map-Funktion mit Funktion f und Liste L
`y -> E(y)`	Funktion $y \mapsto E(y)$, wobei $E(y)$ ein von y abhängender Ausdruck ist
`Solve(B,vars)`	löst das (als Liste gegebene) System B bzgl. der Variablenliste $vars$ und gibt eine Substitutionsliste zurück
`Subs(s,L)`	wendet die (Liste von) Substitutionen s auf den Ausdruck L an

a. Geben Sie an, wie mit MLipsia die Lösungen `sol` des Systems `B:=[x^2-y=3, y^2=4]` bestimmt werden können. Wie sieht die zu erwartende Antwort aus? (2 Punkte)

b. Geben Sie an, wie mit MLipsia die Probe ausgeführt werden kann, die zeigt, dass jedes Element von *sol* wirklich Lösung von B ist. (2 Punkte)

c. Wie sieht die Ausgabe von Lipsia bei dieser Probe aus? Welche (sinnvollen) Annahmen über das Simplifikationsverhalten von MLipsia haben Sie dabei vorausgesetzt? (2 Punkte)

d. Geben Sie an, wie mit MLipsia eine Liste alle Lösungspaare $[x, y]$ bestimmt werden kann. (2 Punkte)

e. Welche weitere Listenfunktionalität sollte MLipsia als vollwertiges CAS zur Verfügung stellen? (2 Punkte)

Fragen (10 Punkte)

Aufgabenstellung:

a. Nennen Sie die wichtigsten Besonderheiten des Variablenkonzepts im symbolischen Rechnen gegenüber klassischen Programmiersprachen. (3 Punkte)

b. Erläutern Sie die Begriffe “frühe Auswertung” und “späte Auswertung”. (3 Punkte)

c. Definieren Sie den Begriff “distributive Normalform” und formulieren Sie den Satz über dessen Normalformeigenschaft für Polynome $p(x) \in R[x]$ in einer Variablen x mit Koeffizienten aus einem Grundring R. (4 Punkte)