Vor- und Brückenkurse im Fach Mathematik – besser online oder als Präsenzveranstaltung?

Felix Wlassak

Seminararbeit im Interdisziplinären Lehrangebot des Instituts für Informatik

Leitung: Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe, Ken Pierre Kleemann

Leipzig, 26.04.2020

Inhalt

1 Einleitung

Der Übergang von der Schule zur Hochschule gilt vor allem im Fach Mathematik (Liebendörfer, 2018; Rach; 2014) als problematisch. Symptomatisch zeigen sich hohe Abbruch- und Studienfachwechselquoten. So stellte das Deutsche Zentrum für Hochschul- und Wissenschaftsforschung für das Fach Mathematik eine Abbruchquote von 54% und somit die höchste aller untersuchter Studiengänge fest (Heublein und Schmelzer, 2018). Dabei ist zu betonen, dass die Abbruchquote keine Studierenden umfasst, die ihren jeweiligen Studiengang von Mathematik zu einem anderen Fach hin wechseln, sondern ausschließlich die Studierenden, die ohne Abschluss die Universität verlassen. Der Anteil der Studierenden, die ein Mathematikstudium erfolgreich absolvieren, dürfte daher deutlich unter 50% liegen.

Fraglich ist, wieso die Erfolgsquote im Fach Mathematik so niedrig ist. Hierfür können drei Ursachen identifiziert werden. Einerseits werden als Hauptgrund für den Studienabbruch im Fach Mathematik Leistungsprobleme genannt (Heublein et al., 2009; Polenz und Tinsner, 2004). Andererseits sind auch affektive Variablen wie mangelnde Studienmotivation bzw. eine falsche Erwartung an ein Mathematikstudium ursächlich für Studienabbruch. Ein letzter, in der Literatur meist vernachlässigter Grund, ist, dass das Studienfach Mathematik an vielen Universitäten keinen bzw. einen sehr niedrigen Numerus Clausus verlangt. Da die Abiturnote als der beste Prädiktor für ein erfolgreiches Studium gilt, lässt sich ein Teil der Studienabbrüche auch auf eine geringe Beschränkung des Studiengangs zurückführen.

Da Absolventen eines MINT-Studiengangs auf dem Arbeitsmarkt sehr gefragt sind, sowie Universitäten bestrebt sind, Abbruchquoten möglichst gering zu halten, gibt es eine Vielzahl von staatlich geförderten Unterstützungsmaßnahmen im Rahmen mathematischer Studiengänge. Diese umfassen unter anderem Studieninformationsprogramme (Ley, 2002), Mentoringprogramme (Paravincini, 2014), die Einrichtung von tutoriell betreuten Lernzentren (Wlassak, 2018), Vor- bzw. Brückenkurse (z.B. Greefrath et al., 2016; Biehler et al., 2014) und sogar die Umgestaltung des Studiengangs (Beutelspacher et al., 2011). Gemein ist allen außer der letzten Maßnahme, dass sie auf eine Anpassung der Studierendenmerkmale auf das Lernangebot an der Hochschule abzielen. Die umgekehrte Richtung, also eine Anpassung des Studienangebots auf die Voraussetzungen der Studierenden, ist hingegen eher selten.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen Vor- bzw. Brückenkurse als Studienerfolgsmaßnahmen genauer untersucht werden. Dabei sollen Möglichkeiten und Grenzen des Einsatzes digitaler Lernumgebungen in Vor- bzw. Brückenkursen fokussiert werden. Bevor dies möglich ist, sollen Besonderheiten des Mathematikstudiums herausgearbeitet werden, um die

Überlegungen zur Gestaltung der Unterstützungsmaßnahmen theoretisch fundierenden zu können. Daher werden im nächsten Abschnitt Schul- und Hochschulmathematik zunächst auf inhaltlicher und anschließend auf organisatorischer Ebene verglichen.

2 Schul- und Hochschulmathematik

Auch wenn im vorherigen Abschnitt mögliche Ursachen für eine geringe Erfolgsquote im Rahmen des Mathematikstudiums erläutert wurden, gilt in der Literatur die Übergangsproblematik als weitgehend erklärungsbedürftig. Fischer und Wagner (2009, S.266) konstatieren beispielsweise „[...], dass über die genauen Ursachen der Übergangsproblematik von der Schule zur Hochschule bisher wenig bekannt ist.“

Es stellt sich also die Frage, wie die Unterschiede zwischen Schul- und Hochschulmathematik aussehen und wie diese zur Übergangsproblematik beitragen. Die auftretenden Leistungsprobleme legen eine veränderte Anforderungsstrukur der Hochschulmathematik an Lernende nahe. Neben diesen fachlichen Diskrepanzen können auch Merkmale, wie z.B. die Aufhebung des Klassenverbandes oder eine größere Freiheit in der Gestaltung des individuellen Lernprozesses (de Guzman et al., 1998), zu Übergangsschwierigkeiten führen. Diese Merkmale sind jedoch nicht spezifisch für das Mathematikstudium und könnten – wenn überhaupt – nur zur Erklärung von Studienabbruch allgemein, nicht aber für das Fach Mathematik im Speziellen genutzt werden. Es müssen also fachspezifische Kriterien zur Erklärung der Übergangproblematik gefunden werden. Dafür werden zunächst die Begriffe Schul- und Hochschulmathematik definiert.

2.1 Die Begriffe Schul-, Hochschul- und wissenschaftliche Mathematik

In der fachdidaktischen Literatur werden idealtypisch drei Formen von Mathematik unterschieden, „die zwar alle zusammenhängen und sich gar nicht scharf voneinander abgrenzen lassen, aber in spezifischen Charakteristika doch große Unterschiede aufweisen“ (Liebendörfer, 2018, S.2018).[1] Unter *Schulmathematik* wird die Mathematik verstanden, die an der Schule vermittelt wird, wobei hierbei vor allem der Stoff der Sekundarstufe des Gymnasiums betrachtet wird. *Hochschulmathematik* bezeichnet die Mathematik, die in den Studiengängen Diplom bzw. Bachelor/Master Mathematik oder gymnasialen Lehramtsstudiengängen Mathematik vermittelt wird.[2] *Wissenschaftliche Mathematik* beschreibt jene Form von Mathematik, die in der aktuellen mathematischen Forschung untersucht wird. Mit dieser Unterscheidung treten, obwohl keine trennscharfe Unterteilung

[1] Für eine ähnliche Systematisierung sei auf Tao (2007) verwiesen, die allerdings stärker auf die Interaktion zwischen Person und Mathematik fokussiert, denn auf unterschiedliche Formen von Mathematik.

[2] Explizit ausgeschlossen wird also „Mathematik für Anwender“, wie sie z.B. in wirtschaftswissenschaftlichen oder Ingenieursstudiengängen gelehrt wird, aber auch Mathematik in Fächern, in denen Mathematik als Hilfswissenschaft auftritt, wie in der Physik, Chemie oder Informatik.

gefordert wird, Probleme auf. Einerseits gestaltet sich auf inhaltlicher Ebene eine Unterscheidung zwischen Schul- und Hochschulmathematik schwierig. So wird sowohl in der Schule als auch in der Hochschule der Begriff der Differenzierbarkeit einer Funktion einer reellen Variablen behandelt. Allerdings gestaltet sich der Umgang mit dem Begriff in den beiden Institutionen unterschiedlich (Rach, 2014). Ebenso erscheint eine Trennung zwischen Hochschul- und wissenschaftlicher Mathematik kaum möglich, wenn beispielsweise Fachseminare gegen Ende des Studiums betrachtet werden, deren Inhalte oftmals Themen aktueller mathematischer Forschung sind. Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Schul- und Hochschulmathematik unterschieden, da die wissenschaftliche Mathematik für Vorkurse nur von geringer Relevanz ist. Wie gerade gezeigt, erscheint aber auch eine Unterscheidung zwischen diesen beiden Formen von Mathematik problematisch. Daher sollen im Folgenden Charakteristika von Schul- und Hochschulmathematik dargestellt werden, um so eine klarere Trennung der Begriffe zu ermöglichen.

2.2 Ziele und Merkmale der Schulmathematik

Allgemeine Ziele gymnasialer Schulbildung umfassen den Erwerb vertiefter Allgemeinbildung, Erlangung von Studierfähigkeit und Wissenschaftspropädeutik (Lehrplan Gymnasium Sachsen, 2019; siehe auch Neubrand, 2015). Insbesondere die Aspekte der Studierfähigkeit und Wissenschaftspropädeutik lassen den Schluss zu, Schulmathematik als nötiges Vorwissen, welches zur Aufnahme eines Studiums erforderlich ist, zu verstehen. Der Aspekt der vertieften Allgemeinbildung lässt sich in den drei Grunderfahrungen, die der Mathematikunterricht ermöglichen soll, wiederfinden:

> Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:
>
> (1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
>
> (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
>
> (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben. (Winter, 1995, S.37)[3]

[3] Es sei angemerkt, dass Winters Artikel noch vor Veröffentlichung von TIMSS oder PISA-Ergebnissen erschienen ist. Trotzdem lassen sich schon erste Ansätze für die später in den Bildungsstandards (KMK, 2012) veröffentlichten Kompetenzen Mathematisch Modellieren (K3), Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5) und Probleme mathematisch lösen (K2) erkennen.

Die Grunderfahrungen werden im Folgenden mit Anwendungsorientierung, Strukturorientierung sowie Problemlöseorientierung bezeichnet. Ihre Umsetzung im Mathematikunterricht soll nun kurz erläutert werden.

Ein Ziel der Schulmathematik wird hinsichtlich der Anwendungsorientierung dadurch gegeben, dass Schülerinnen und Schüler erkennen sollen, dass die „mathematische“ und „reale“ Welt mit einander verknüpft sind (Blum, 2015). Dies geschieht beispielsweise durch das Verwenden und Erstellen mathematischer Modelle (Greefrath et al., 2013). Forderungen nach stärkerer Einbeziehung der Anwendungsorientierung sind auch nach den PISA bzw. TIMS-Studien aufgetreten, die zeigten, dass deutsche Schülerinnen und Schüler zwar in der Lage waren, formalen Aufgaben weitestgehend zufriedenstellend zu lösen, sie jedoch beim Problemlösen bzw. Modellieren erhebliche Schwächen aufweisen. Umsetzung fanden diese Forderungen in den bundesweit gültigen Bildungsstandards.[4] Diese umfassen ein dreidimensionales Konstrukt aus Leitideen, die im Wesentlichen eine Einordnung nach mathematischen Teilgebieten liefern, Anforderungsbereichen, die Aufgaben nach ihrer Komplexität einordnen und Kompetenzen, welche zur Lösung von Aufgaben vorrangig genutzte Fähigkeiten und Fertigkeiten beschreiben. Hier findet sich die Kompetenz „Mathematisch Modellieren“ (KMK, 2012) als „Kern der neuen Aufgabenkultur“ (Schukajlow, 2011, S.22). Inwiefern eine solche top-down-Reform Wirkung im Unterrichtskontext entfaltet hat, lässt sich nicht eindeutig beantworten. Einerseits ist aufgrund eines „teaching to the test“-Effekts zu erwarten, dass unter anderem das Modellieren eine größere Rolle im Mathematikunterricht spielt. So spielen Anwendungsaufgaben in den zentral gestellten Abiturprüfungen in verschiedenen Bundesländern eine große Rolle. Dafür sei z.B. auf den hilfsmittelfreien Teil der Abiturprüfungen in Sachsen der letzten zehn Jahre verwiesen. Andererseits zeigen empirische Ergebnisse, dass das Modellieren in Unterrichts- bzw. Testaufgaben kaum eine Rolle spielt (Jordan et al., 2011; Drüke-Noe, 2014).

Die Strukturorientierung im Mathematikunterricht zeigt sich in verschiedenen Facetten. So werden in der Schule für mathematische Objekte verschiedene symbolische Schreibweisen eingeführt, z.B. die Dezimal- oder gemeinen Brüche. Außerdem werden einige Beweise wie der Beweis des Satz des Thales, der Innenwinkelsatz für Dreiecke oder der Satz des

[4] Die Lehrpläne der Bundesländer sind als inhaltliche Ausgestaltung der Bildungsstandards zu verstehen.

Pythagoras behandelt.[5] Das Nachvollziehen von Beweisen soll zu einer Wertschätzung von Mathematik als deduktive Wissenschaft beitragen. Dies kann durch das eigenständige Führen von Argumentationen im Rahmen des Lösens von Aufgaben geschehen. Die Bildungsstandards fordern dies in der Kompetenz „Mathematisch Argumentieren".[6] Schließlich kann die Strukturorientierung auch in einer Vielzahl von Rechenverfahren erkannt werden. Als Beispiel hierfür sei die Potenzrechnung genannt. Schülerinnen und Schüler (in Sachsen) lernen in der Sekundarstufe I, dass das Potenzieren zwei Umkehroperationen hat: das Radizieren und das Logarithmieren. Durch das Kennenlernen der entsprechenden Rechenoperationen können Schülerinnen und Schüler einerseits ihr Verständnis des Potenzierens vertiefen, andererseits sichern sie den Umgang mit Symbolen. Trotz Einführung der Bildungsstandards gilt die Strukturorientierung im Mathematikunterricht als überrepräsentiert (Drüke-Noe, 2014).

Die Problemlöseorientierung beschreibt die Vermittlung von heuristischen Fähigkeiten an Schülerinnen und Schüler. Diese dienen dazu, sich auch in Nichtroutinesituationen mit mathematischen Mitteln Lösungswege zu erschließen. Ein Problem besteht aus psychologischer Sicht aus einem ungewünschten Anfangszustand, einem gewünschten Endzustand, sowie einer Transformation, die den Anfangszustand in den Endzustand transformiert (Dörner, 1979). Problemlösen kann als Prozess der Konstruktion der Transformation verstanden werden. Im Mathematikunterricht gilt die Problemlöseorientierung wie die Anwendungsorientierung als unterrepräsentiert (Neubrand et al., 2011, Drüke-Noe, 2014). Insbesondere in Prüfungs- und Hausaufgaben dominieren Routineaufgaben. Der Unterricht folgt eher dem Schema, dass ein Lösungsweg für eine Klasse von Aufgaben vermittelt wird und dieser anschließend mit einer Vielzahl von Aufgaben eingeübt wird.

Nachdem die ungleichmäßige Verteilung der Grunderfahrungen im Mathematikunterricht gezeigt wurde, stellt sich die Frage nach weiteren Charakteristika der Schulmathematik. Es zeigt sich, dass die Begriffsbildung im Mathematikunterricht meist auf Grundlage der empirischen Wahrnehmung geschieht (Hefendehl-Hebeker, 2016). So wird z.B. der Begriff „Würfel" mit Hilfe der alltäglichen Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler eingeführt. Begriffsbildungsprozesse gestalten sich in der Schulmathematik ähnlich der Genese

[5] Beim Beweisen wird auch international eine Überrepräsentation der Geometrie festgestellt (Stylianides, 2007).

[6] Es sei betont, dass hier bewusst nicht vom Beweisen gesprochen wird. Das eigenständige Führen von Beweisen wird in den Bildungsstandards nur im Anforderungsbereich III der Kompetenz Mathematisch Argumentieren erwähnt.

naturwissenschaftlicher Theorien mittels gegenständlich wahrnehmbarer Objekte. Vor allem in der Sekundarstufe I werden mathematische Beschreibungen alltäglicher Phänomene (z.B. Zufallsexperimente, Zuordnungen usw.) vermittelt. Ein weiteres Merkmal der Schulmathematik ergibt sich aus der Genese der Begriffe. Argumentationen erfolgen in der Schule oftmals beispielgebunden bzw. mit Hilfe von Plausibilitätsargumenten, die die Anschauung zugrunde legen (Witzke, 2014). Oft wird daher kritisiert, dass die Schulmathematik nicht ausreichend auf ein Mathematikstudium vorbereitet, in welchem streng formale Beweise dominieren. Dies wird zum Teil nicht nur auf die Kultur der Argumentation in der Schule zurückgeführt, sondern auch auf die zunehmend größere Bedeutung, die ein grafikfähiger Taschenrechner bzw. ein Taschenrechner mit Computeralgebrasystem in der Schule spielt.

2.3 Ziele und Merkmale der Hochschulmathematik

Im Gegensatz zur Schulmathematik haben zentrale Dokumente kaum eine solche Steuerungswirkung wie die Bildungsstandards für die Hochschulmathematik. Die von der Kultusministerkonferenz beschlossene Rahmenordnung des Diplomstudiengangs Mathematik[7] (KMK, 2002) stellt im Wesentlichen organisatorische Elemente des Studiengangs wie die Regelstudienzeit von neun Semestern[8], eine Gliederung in Grund- und Hauptstudium, Prüfungsmodalitäten sowie Festlegungen zu Zulassungsvoraussetzungen für das Studium dar. Eine Beschreibung von Zielen geschieht für das Grundstudium sowie die Diplomarbeit. Für das Grundstudium gilt, dass es „[…] nicht um die Anhäufung von Faktenwissen geht, sondern um das Erlernen präzisen Argumentierens und um das Aneignen der mathematischen Fachmethodik sowie der Fähigkeit zum Problemlösen […]“ (KMK, 2002, S.31). Dies soll über die „zeit- und arbeitsaufwändigere“ (ebd.) Behandlung und Lösung von Übungsaufgaben erfolgen. Das Erstellen einer Diplomarbeit soll das im Grundstudium erworbene Wissen erweitern und vertiefen sowie die Fähigkeit zu „abstraktem Denken“ (ebd., S.32) schulen. Eine inhaltliche Ausgestaltung des Studiengangs wird in der Rahmenordnung nicht vorgenommen.[9] Stattdessen werden in Modulbeschreibungen an den Universitäten lokal die zu behandelnden Inhalte konkretisiert.

---

[7] Mittlerweile ist ein Fachstudium Mathematik meist als Bachelorstudiengang mit darauf aufbauendem Masterstudiengang organisiert.
[8] Hieran kann erkannt werden, dass die Strahlkraft eines solchen Dokuments eher gering ist. An der Universität Leipzig beträgt die Regelstudienzeit des Studiengangs Mathematik Diplom beispielsweise zehn Semester.
[9] Hier lassen sich Parallelen zur Schulmathematik erkennen. Durch die Bildungsstandards wird gewissermaßen ein Rahmen geschaffen, der in den Lehrplänen konkretisiert wird.

Eine solche Ausgestaltung soll kurz für „Analysis I“[10] des ersten Semesters des Diplomstudiengangs Mathematik der Universität Leipzig erläutert werden. Hierfür muss auf die Modulbeschreibung des Moduls „Analysis I“ des gymnasialen Lehramtsstudiengangs Studiengangs zurückgegriffen werden, da eine Beschreibung der Lehrveranstaltungen des Studiengangs Mathematik Diplom auf den Seiten des Mathematischen Instituts der Universität Leipzig nicht geschieht. Da jedoch die gleichen Lehrveranstaltungen sowohl von Fach- als auch Lehramtsstudierenden belegt werden, ist davon auszugehen, dass die gleichen Inhalte mit ähnlichen Zielen behandelt werden.[11] Folgende Ziele werden genannt:

- Vertrautmachen mit grundlegenden analytischen Begriffsbildungen
- Vertrautmachen mit dem deduktiven Aufbau der Mathematik
- Einführung in mathematische Beweistechniken.

Das erste Ziel ist spezifisch für das Modul. Das zweite Ziel, welches in ähnlicher Form auch in der Modulbeschreibung des Moduls „Lineare Algebra I“ genannt wird, umfasst das Kennenlernen der Hochschulmathematik. Schließlich beschreibt das letzte Ziel die zentrale Aktivität der Hochschulmathematik: das Beweisen.

Inhalte des Moduls „Analysis I“ umfassen Mengen und Relationen, Zahlbereiche, Folgen und Reihen, Funktionenfolgen und -reihen, Stetigkeit von Funktionen einer Veränderlichen, elementare Funktionen sowie Differentiation und Integration von Funktionen einer Veränderlichen, die in zwei wöchentlichen Vorlesungen und einer Übung behandelt werden. Hier lassen sich große Parallelen zu den Inhalten des gymnasialen Lehrgangs erkennen (vgl. Sächsisches Staatsministerium für Kultus, 2019). Außer der Behandlung von Relationen, Reihen und Funktionenfolgen und -reihen scheinen die Inhalte kongruent. Allerdings ist der Umgang mit den Inhalten verschieden. Wie in den Zielen des Moduls beschrieben, wird in der Hochschulmathematik ein beweisender Umgang mit den Objekten gefordert.

Auch in der hochschuldidaktischen Literatur wird Beweisen als wichtigste Aktivität eines Mathematikstudiums eingestuft. Mathematik wird hier auf Grundlage eines

Allerdings sind die Bildungsstandards stärker fachlich orientiert als die Rahmenordnung, welche stark auf organisatorische Elemente fokussiert.

[10] Es handelt sich hierbei um eine der beiden Mathematiklehrveranstaltungen, die im Rahmen eines Mathematikstudiums im ersten Semester zu absolvieren sind, die andere ist „Lineare Algebra I“. Für einen gymnasialen Lehramtsabschluss im Fach Mathematik wird in der Regel das Modul „Lineare Algebra I“ im ersten Semester und „Analysis I“ im dritten Semester belegt.

[11] Abgerufen werden können die Modulbeschreibung unter http://studium.fmi.uni-leipzig.de/studium/lehramtsstudiengaenge/mathematik/mathematik-ab-ws-1617/#c1808

innermathematischen Regelsystems betrieben (Quinn, 2012). Die moderne Mathematik zeichnet sich durch einen inneren sozialen Konsens über das Regelsystem aus, das heißt, Mathematiker akzeptieren größtenteils das gleiche Regelsystem. Dabei erscheinen der Konsens über mathematische Regeln und deren Akzeptanz zum Teil zwingender als moralische Gebote (Heintz, 2000). Erkenntnissicherung beruht in der modernen Hochschul- und wissenschaftlichen Mathematik auf Definitionen und allein auf Grundlage von Definitionen und logischen Ableitungen geführter formaler Beweise. Dies ist eine relativ neue Entwicklung. Während im 18. Jahrhundert mathematische Definitionen durchaus noch anhand der intendierten Semantik des jeweiligen Begriffs und Eindrücken der physischen Wahrnehmung konstruiert wurden, formulieren mathematische Definitionen des späten 19. Jahrhunderts ausschließlich Eigenschaften, die das jeweilige Objekt charakterisieren. Das Objekt hat dabei keine Entsprechung in der physischen Realität, sondern es wird erst durch die Definition konstituiert (Liebendörfer, 2018). Im Gegensatz zur Schulmathematik entstehen die Begriffe also nicht durch Intuition bzw. Abstraktion von der Realität, sondern durch Definitionen. Dies erfordert auch den Beweis von anschaulich evidenten Aussagen bzw. von Aussagen, deren Gültigkeit bereits aus der Schule bekannt sind. Zum Beispiel gibt es Übungsaufgaben im Modul Analysis I, die den Beweis der Aussage „1>0“ in einem geordneten Körper erfordern. In der Schulmathematik besteht bei solchen anschaulich evidenten Aussagen kein Beweisbedürfnis, wohingegen die Tatsache, dass es sich bei dieser Aussage nicht um ein Axiom eines angeordneten Körpers handelt, aufgrund der in der Hochschulmathematik vorherrschenden formalistischen Paradigmas, einen strengen Beweis der Aussage erfordert, der nur auf den Axiomen des geordneten Körpers (und ggf. weiteren bereits bewiesenen Aussagen) fußt.

Ein weiteres Charakteristikum der Hochschulmathematik ist die Nutzung der formalen Sprache. Während in der Schulmathematik durchaus umgangssprachliche bzw. anschauliche Formulierungen möglich sind,[12] dominieren in der Hochschulmathematik Symbole, die in der Alltagssprache kaum genutzt werden, wie etwa All- und Existenzquantor, Buchstaben des griechischen Alphabets oder das Zeichen für Unendlich. Das Erlernen sowohl der Syntax als auch der Semantik der formalen Sprache bildet dabei ein wichtiges Ziel der ersten Semester eines Mathematikstudiums.

[12] Ein Beispiel hierfür ist der Begriff der Stetigkeit einer Funktion, der in der Schule oftmals mit der Formulierung „ohne Absetzen zu zeichnen“ gleichgesetzt wird.

Schließlich weist die Hochschulmathematik, ähnlich wie die Schulmathematik, auch eine technische Komponente auf (Tall, 1997). Auch in der Hochschulmathematik werden Kalküle vermittelt, die auf spezielle Aufgabentypen angewandt werden können. Beispiele hierfür sind der Gaußalgorithmus oder die Entwicklung einer Funktion in eine Taylorreihe. Allerdings ist festzustellen, dass die technische Komponente an der Hochschule eine deutlich geringere Rolle spielt als an der Schule.

2.4 Organisatorische Elemente der mathematischen Lehre an Schule und Hochschule

Schulunterricht im deutschen Schulsystem untergliedert sich traditionell in verschiedene Fächer. Mathematikunterricht[13] hat dabei eine Stellung als Hauptfach eingenommen. So sind zwischen drei und fünf Wochenstunden (à 45 Minuten) Mathematik vorgesehen. Üblicherweise organisiert sich Mathematikunterricht in einzelnen Unterrichtseinheiten, die jeweils 45 oder 90 Minuten dauern. Eine Lehrkraft unterrichtet meist zwischen 20 und 30 Schülerinnen und Schüler in einer Klasse, wobei es im Kurssystem der Sekundarstufe II auch weniger Lernende sein können. Die Leistungsbewertung erfolgt summativ, wobei zwischen Noten in Tests, mündlichen Leistungen und Klassenarbeiten unterschieden wird (Lederer, 2008). Die Fachkonferenz beschließt, wie viele Noten dabei innerhalb eines Schuljahres mindestens vergeben werden müssen.

An der Hochschule findet Lehre aufgegliedert in Vorlesung, Übung, Übungsaufgaben und Klausur statt. Die Rolle der Vorlesung ist dabei zentral. Der jeweilige Dozent präsentiert hier, in Anfängermodulen meist zweimal pro Woche, in 90-minütigen Vorlesungen den Stoff an der Tafel. Die vermittelten Inhalte sind relevant für die Übungsaufgaben und Übungen der nächsten Wochen sowie die Klausur am Ende des Semesters. Eine Vorlesung hat meist 200 bis 300 Teilnehmende. An einigen Standorten beläuft sich diese Zahl auf bis zu 2500 Teilnehmende (Bescherer et al., 2012). Daher ist die Möglichkeit, Fragen zu stellen, nicht für alle Teilnehmende immer gegeben und wird auch nur selten genutzt. Zu einem vertieften Verständnis der Vorlesungsinhalte sollen sowohl die Übungen als auch die im Semester gestellten Übungsaufgaben dienen.

Die Übungen finden in kleineren Gruppen von meist 30 Studierenden statt und werden, im Gegensatz zur Vorlesung, meist nicht von einem Professor, sondern wissenschaftlichen Mitarbeiten oder studentischen Hilfskräften geleitet. Es zeigt sich, dass Übungen aus organisatorischen Gründen mehr Potential für das Vermitteln von Strategien zur Bearbeitung

[13] früher oft auch Rechenunterricht

der Übungsaufgaben bieten. Die Qualität solcher Übungen ist sehr unterschiedlich (Püschl, 2019). Sie reicht vom bloßen Präsentieren der Lösungen von Übungsaufgaben der letzten Woche bis zur Aufarbeitung der Begriffe aus der Vorlesung, Strategieexplizierung und Vorbereitung der Aufgaben für die folgende Woche. Das Lehrformat der Übung ist aufgrund der größeren Interaktion zwischen Lehrenden und Studierenden eher mit dem Unterricht in der Schule vergleichbar als die Vorlesung.

Mit dem größten Zeitaufwand für die Studierenden sind die Übungsaufgaben verbunden (Rach, 2014; Liebendörfer und Göller, 2016). Die Übungsaufgaben werden wöchentlich gestellt und für die Zulassung zur Klausur ist es meist erforderlich, einen Mindestanteil (häufig: 50%) der Aufgaben richtig zu lösen. Hierfür werden die Aufgaben abgegeben und von studentischen Hilfskräften korrigiert und bewertet. Der Name „Übungsaufgabe" ist dabei eher unpassend (Wlassak, 2019) da es sich üblicherweise nicht um Aufgaben zum Einüben von Routinen handelt, sondern vielmehr um Probleme, die eine vertiefte Auseinandersetzung mit Vorlesungsinhalten verlangen. Der Problemlösecharakter von Übungsaufgaben wird auch an der Tatsache deutlich, dass nur rund ein Achtel der Studierenden in der Lage ist, die Übungsaufgaben selbstständig zu lösen (Liebendörfer und Göller, 2016). Es ist zu vermuten, dass dies darauf zurückzuführen ist, dass Übungsaufgaben oftmals Beweise fordern und dies in der Schulmathematik kaum eine Rolle spielt.

Die Bewertung der Leistung der Studierenden in mathematischen Anfängermodulen erfolgt durch eine Klausur.[14] Diese wird am Ende des Semesters geschrieben. Die Aufgaben sind deutlich häufiger algorithmischer Natur als die Übungsaufgaben (Iannone und Simpson, 2015). Weiterhin umfasst die Klausur häufig Aufgaben, die an Übungsaufgaben aus dem Semester angelegt sind oder die Wiedergabe von Sätzen bzw. Definitionen. Beweise spielen eine untergeordnete Rolle und zum Bestehen einer Klausur ist das Beweisen oftmals keine erforderliche Tätigkeit. Daher ist es überraschend, dass die Bestehensquoten bei den Klausuren oftmals sehr gering sind. Umfassende Erklärungsmodelle liegen hierfür noch nicht vor. Die geringen Bestehensquoten in den Abschlussklausuren tragen dazu bei, dass ein großer Schwund im Mathematikstudium zu verzeichnen ist. Die Klausuren dürfen höchstens zweimal wiederholt werden und eine zweite Wiederholungsprüfung darf üblicherweise nur auf Antrag erfolgen. Diese Tatsache trägt wohl auch dazu bei, dass die Klausur ein eher verzerrtes Bild der Hochschulmathematik zeigt (Guedet, 2008) und eher algorithmische

[14] Die Note dieser Klausur ist dann auch die Modulabschlussnote.

Aufgaben beinhaltet. Deren Einsatz soll eine höhere Bestehensquote fördern (Thurston, 1994).

Letztlich unterscheiden sich Schule und Universität auch auf sozialer Ebene. Ableitinger und Herrmann (2014, S.328) stellen fest: „Lernende werden an der Schule durch ihre Lehrer betreut, beim Namen gekannt und in ihrem Lernfortschritt ständig begleitet, während das an der Universität natürlich aus kapazitären Gründen gar nicht möglich ist.“ Während die Verantwortung für den Lernerfolg an der Schule zwischen Lehrenden und Lernenden aufgeteilt wird, stehen an der Hochschule die Lernenden in Alleinverantwortung. Dies hat auch Einfluss auf das Lernverhalten. So steht an der Hochschule das selbstregulierte Lernen im Vordergrund. Im Rahmen dieser Arbeit soll selbstreguliertes Lernen als „[e]ine Form des Lernens, bei der die Person in Abhängigkeit von der Art der Lernmotivation selbstbestimmt eine oder mehrere Selbststeuerungsmaßnahmen (kognitiver, metakognitiver, volitionaler oder verhaltensmäßiger Art) ergreift und den Fortgang des Lernprozesses selbst überwacht […]“ (Schiefele und Pekrun, 1996, S.258) verstanden werden.

Wie in diesem Kapitel gezeigt wurde, unterscheiden sich Schul- und Hochschulmathematik auf inhaltlicher und organisatorischer Ebene, was von den Zielen der jeweiligen Ausbildungsgänge beeinflusst wird. Im folgenden Kapitel sollen Vor- und Brückenkurse als fachspezifische Unterstützungsmaßnahmen für mathematische Studiengänge betrachtet und ihr Potential zur Verringerung der Übergangsproblematik in Bezug auf verschiedene Organisationsformen ausgelotet werden.

3 Vorkurse als Unterstützungsmaßnahme zu Studienbeginn

3.1 Die Reproduktion der Übergangsproblematik

Die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Unterschiede zwischen Schul- und Hochschulmathematik tragen zur Übergangsproblematik im Fach Mathematik bei. Diese Problematik ist allerdings keineswegs neu, sondern wurde bereits von Felix Klein in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts erkannt:

”Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, die ihn in keinem Punkte mehr an die Dinge erinnern, mit denen er sich auf der Schule beschäftigt hat; natürlich vergißt er daher alle diese Sachen rasch und gründlich. Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so soll er plötzlich eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten; da er diese Aufgabe kaum selbständig mit der Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so wird er in den meisten Fällen recht bald die althergebrachte Unterrichtstradition aufnehmen, und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht keinen Einfluss hat.“ (Klein, 1933, S.1)

Die von Klein beschriebene doppelte Diskontinuität beschreibt zweierlei Phänomene. Einerseits, dass Studierende – sowohl Fach- als auch Lehramtsstudierende – zu Beginn des Mathematikstudiums einen Bruch in der Auseinandersetzung mit Mathematik wahrnehmen. Andererseits, dass Lehramtsstudierende mit der Aufnahme des Berufes die Schulmathematik ohne Rückbezüge auf die Hochschulmathematik unterrichten. Die Reproduktion tradierter Unterrichtsmuster wird auch von Reichel festgestellt:

„Es ist eine durch empirische Studien erhärtete Tatsache, daß Lehrer, von der Universität entlassen, ihren Unterricht in der Regel nach dem Muster des eigenen, seinerzeitigen Unterrichts gestalten. Das fachliche Mathematikstudium hat in der Regel wenig Spuren hinterlassen; das Studium wurde sehr oft nur als lästiges Zwischenstadium zwischen Schule und Schule empfunden.“ (Reichel, 2000, S.33)

Dies liefert zunächst, neben den im vorherigen Abschnitt beschriebenen grundsätzlichen Unterschieden zwischen Schul- und Hochschulmathematik, ein Erklärungsmodell für die Reproduktion der Übergangsproblematik. Der von Klein beschriebene Bruch zwischen Schul- und Hochschulmathematik hat weiterhin Einfluss auf affektive Variablen wie Motivation (Liebendörfer, 2018) und Interesse (Piper-Seier, 2002) und kann einen Teil der Studienabbrüche bzw. Studiengangswechsel erklären.

Allerdings gilt die fachliche Überforderung als Hauptgrund für den Studienabbruch (Heublein und Schmelzer, 2018). Auch dies ist keine neue Erkenntnis. Im Rahmen der Evaluation der Umgestaltung der Lehrveranstaltungen im Fach Mathematik an der Universität Tübingen stellten Fischer und Kollegen bereits Mitte der 1970er Jahre fest:

„Daß der Übergang von der Schule zur Hochschule im Fach Mathematik ein besonderes Problem darstellt, wird wohl von niemandem bestritten. Die Unsicherheit der Studienanfänger im Umgang mit der Hochschulmathematik dauert oft länger als ein Jahr und führt in vielen Fällen zum Abbruch des Studiums oder Wechsel des Studienfachs. Nicht selten sind es auch Begabte, die scheitern. […] Von Seiten der Hochschullehrer und in der öffentlichen Diskussion wird dieses Phänomen vielfach darauf zurückgeführt, daß durch die Vermassung der Hochschulen sowohl der Begabungspegel als auch die Leistungsbereitschaft nicht mehr dem Standard früherer Jahre entsprechen. (Dabei wird übersehen, daß früher die Abbruchquote zweifellos ähnlich hoch war.)“ (Fischer et al., 1975)

Ein solches Zitat könnte sicherlich problemlos in das 21. Jahrhundert übertragen werden. Noch immer bemängeln Dozierende die Vorkenntnisse der Studierenden (Bescherer et al. 2012), Abbruchquoten sind sehr hoch (Heublein und Schmelzer, 2018) und in der öffentlichen Diskussion wird die höhere Studierquote als Hauptursache der Problematik angegeben[15]. Als Maßnahme zur Verringerung der Übergangsproblematik haben viele Universitäten verschiedene Unterstützungsprogramme wie Mentoringprogramme (Paravincini, 2014), Lernzentren (Wlassak, 2018) oder gar eine Umgestaltung der gesamten Studieneingangsphase (Beutelspacher et al., 2011) vorgenommen. Eine Maßnahme, die mittlerweile an fast alle Universitäten gefunden hat, sind Vor- und Brückenkurse.

3.2 Vor- und Brückenkurse: Begriffsklärung

Die Bedeutung von Vorkursen wird anhand des gemeinsamen Maßnahmenkatalogs von GDM (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik), DMV (Deutsche Mathematiker Vereinigung) und MNU (Deutscher Verein zur Förderung des Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Unterrichts) erläutert. Unter den 19 Maßnahmen, die eine verbesserte Gestaltung des Übergangs zwischen Schule und Hochschule für mathematische Studiengänge fordern, wird Vorkursen eine wichtige Rolle zugewiesen: „Mit Blick auf das tatsächliche Wissen und Können der Studienanfängerinnen und -anfänger werden studienrichtungsspezifische Vor- und Brückenkurse sowie semesterbegleitende Unterstützungsmaßnahmen eingeführt, um den Übergang von der Schule zur Hochschule zu erleichtern.“ (DMV, GDM, MNU, 2019, S.2). Als *Vor- bzw. Brückenkurse*[16] gelten Unterstützungsmaßnahmen, die vor Aufnahme des Studiums beginnen und aus Präsenzlehrveranstaltungen und/oder Lernangeboten mit digitalen

[15] siehe z.B. https://www.faz.net/aktuell/feuilleton/forschung-und-lehre/der-gefesselte-professor-wie-die-universitaeten-ihre-dozenten-schwaechen-13690138.html

[16] Die beiden Begrifflichkeiten suggerieren Unterschiede zwischen Vorkursen und Brückenkursen, beispielsweise, dass ein Vorkurs die Bezeichnung dadurch erhält, dass er vor dem eigentlichen Studienbeginn stattfindet und ein Brückenkurs eine Brücke zwischen Schul- und Hochschulmathematik bildet. Allerdings werden in der entsprechenden Literatur die Begriffe synonym genutzt. Daher wird eine Trennschärfe der Begriffe im Rahmen dieser Arbeit auch nicht angestrebt und meist der Begriff Vorkurs genutzt.

Medien bestehen (Biehler et al., 2014). Sie wiederholen den Schulstoff bzw. bereiten auf die Aufnahme des Studiums durch die Thematisierung von grundlegenden Themen der Hochschulmathematik, wie z.B. Beweisen durch vollständige Induktion oder den Umgang mit Wahrheitstabellen, vor. Lokal sind solche Vorkurse sehr unterschiedlich gestaltet. Extremfälle sind einerseits das bloße Anschreiben von zentralen Inhalten der Sekundarstufe II in einem einwöchigen Vorlesungskurs (Biehler et al., 2014), andererseits die Behandlung sowohl schulischer Inhalte als auch von Arbeitsweisen und Lernstrategien, die erfolgsversprechend für ein mathematisches Studium scheinen, in einer Vorlesung vertieft in zugehörigen Übungen (Reicherdorfer et al., 2014). Im Folgenden sollen drei verschiedene Arten des Vorkurses bezüglich der Organisationsform unterschieden werden.

Ein *Präsenzkurs* ist ein Vorkurs, dessen Lernangebot durch Präsenzlehrveranstaltungen ausgestaltet wird. Dabei ist es üblich, dass solche Präsenzkurse zwischen zwei und vier Wochen dauern, in einigen Fällen kann der zeitliche Umfang auch sechs Wochen betragen (Schoening und Wulfert, 2014). Das Angebot ist üblicherweise freiwillig. An einigen Universitäten sind Präsenzkurse jedoch obligatorisch für die Studierenden (Biehler et al., 2014). Die angebotenen Lehrveranstaltungen umfassen tägliche Vorlesungen, die zwischen 90 und 270 Minuten umfassen können. Oftmals werden sie durch 90-minütige Übungen ergänzt, die Vorlesungsinhalte vertiefen bzw. die Möglichkeit bieten, Fragen zu stellen oder in denen Aufgabenbeispiele zu den theoretischen Ausführungen der Vorlesungen vorgerechnet werden. Teilweise müssen die Teilnehmenden des Kurses auch täglich Hausaufgaben erledigen. Die Organisationsstruktur ist dabei bis auf die Anzahl der Lehrveranstaltungen bzw. Aufgaben pro Woche ähnlich zu der Struktur von Modulen der Studieneingangsphase. Es soll erwähnt werden, dass ein Präsenzkurs durchaus einige Elemente in Lernplattformen auslagern kann. So wird ein Vorkurs auch als Präsenzkurs betrachtet, wenn zum Beispiel Übungsaufgaben, Skripte oder weiterführende Literatur online zur Verfügung gestellt werden. Vorrangig ist, dass die Besprechung der Aufgaben bzw. Inhalte des Skriptes in einer Präsenzveranstaltung erfolgt.

Ein *Onlinekurs* ist ein Vorkurs, der keinerlei Präsenzlehrveranstaltungen umfasst und bei dem alle Lernmaterialien auf einer Lernplattform zur Verfügung gestellt werden. Die Gestaltung eines Onlinekurses kann sehr aktivierend oder als bloße Materialsammlung erfolgen (Bausch et al., 2014). Oftmals wird ein Onlinekurs von studentischen Hilfskräften bzw. wissenschaftlichen Mitarbeitern betreut. Eine Interaktion zwischen diesen Personen und Teilnehmenden des Onlinekurses ist durchaus intendiert. Beispielsweise kann im Kurs durch ein Forum die Möglichkeit geboten werden, Fragen zu stellen, die von den Betreuenden beantwortet werden, bzw. können gestellte Aufgaben durch diese bewertet werden und eine schriftliche Rückmeldung auf der Lernplattform zur Verfügung gestellt werden.

Ein *Hybridkurs*[17] ist ein Vorkurs, bei dem nicht alle Lehrveranstaltungen als Präsenzlehrveranstaltungen organisiert sind und die weiteren Bestandteile in einem digitalen Lernangebot ausgelagert werden. Üblich ist dabei, dass auf eine Vorlesung verzichtet wird und sich die Teilnehmenden des Kurses die entsprechenden Inhalte selbstständig im digitalen Lernangebot erarbeiten. Anschließend werden die Inhalte in Kleingruppen wiederholt und durch Aufgaben eingeübt. Ein solches Flipped-Classroom Szenario ist typisch für einen Hybridkurs (Weidlich und Spannagel, 2014).

3.3 Ziele von Vor- und Brückenkursen

Um die Effektivität von Vorkursen beurteilen zu können, ist es nötig, Ziele zu definieren, welche ein Vorkurs erfüllen soll. Aus der Literatur lassen sich im Wesentlichen zwei Zielebenen rekonstruieren: inhaltliche Ziele und sozial-volitionale Ziele.

Voraussetzung für die Aufnahme eines Studiums der Mathematik sind sichere Kenntnisse der Schulmathematik (vgl. 2.2). Auf inhaltlicher Ebene werden daher als Ziele der Ausgleich mathematischer Defizite, die Wiederholung mathematischer Grundlagen und der „vorsichtige Ausbau dieser mathematischen Grundlagen“ (Biehler et al., 2014, S.4) genannt. Dieses erste Ziel lässt sich unter dem Begriff *Wiederholung der Schulmathematik* fassen. Dies umfasst die Auffrischung kalkulatorischer Grundfertigkeiten der Studierenden, die von einigen Dozierenden stark bemängelt werden (Baumann, 2011). Weiterhin soll auch das konzeptuelle Wissen (Anderson und Krathwohl, 2001) über die Inhalte der Schulmathematik vertieft werden, das heißt, bestehendes Wissen stärker vernetzt und auch für komplexe Problemstellungen, wie sie in der Hochschulmathematik in den Übungsaufgaben vorliegen (vgl. 2.4), zugänglich gemacht werden. Die wiederholte Schulmathematik umfasst dabei häufig Inhalte der Sekundarstufe I, wie Bruchrechnung, den Umgang mit Potenzen und insbesondere Wurzeln, sowie das Rechnen mit Logarithmen.[18] Inhalte der Sekundarstufe II

[17] Ein solcher Kurs wird bewusst nicht als Blended-Learning Kurs bezeichnet, da Definitionen des Blended-Learning meist eine wertende Komponente enthalten. Ein Beispiel hierfür ist: „Blended Learning ist ein integriertes Lernkonzept, das die heute verfügbaren Möglichkeiten der Vernetzung über Internet oder Intranet in Verbindung mit ‚klassischen‘ Lernmethoden und -medien in einem sinnvollen Lernarrangement optimal nutzt“ (Sauter et al., 2004, S.68).

[18] Dass eine solche Wiederholung von scheinbar elementaren Inhalten notwendig ist, lässt sich auch empirisch nachweisen. Eine Studie zum Bruchzahlvergleich von Schöneburg-

wie die Differential- und Integralrechnung werden seltener wiederholt, wohl aufgrund der Tatsache, dass dies Stoff umfasst, der in den regulären Lehrveranstaltungen aufgegriffen wird (vgl. 2.3).

Neben der Wiederholung der Schulmathematik stellt das *Erlernen von Arbeitstechniken der Hochschulmathematik* ein weiteres inhaltliches Ziel dar. Biehler et al. (2014, S.4) nennen die „Einführung in den mathematischen Sprachgebrauch an der Hochschule und darüber hinaus die Erarbeitung hochschulbezogener mathematischer Denk- und Arbeitsweisen" als Ausgestaltung dieses Ziels. Die Einführung in den Sprachgebrauch über das Erlernen der Syntax und Semantik einiger mathematischer Symbole stellt eine Grundvoraussetzung für das Verständnis der in anschließenden Vorlesungen präsentierten Inhalte dar und ist auch eine wichtige Grundlage für eine Bearbeitung der Übungsaufgaben auf dem formalen Niveau, welches die Hochschulmathematik erfordert (vgl. 2.3). Die Erarbeitung hochschulbezogener Denk- und Arbeitsweisen umfasst hauptsächlich das Beweisen. In Vorkursen spielen dabei logische Grundlagen, Wahrheitstabellen, und Beweisarten wie direkter Beweis, indirekter Beweis, Beweis durch Widerspruch, Beweis durch vollständige Induktion eine zentrale Rolle (Riedl et al., 2014).

Auf sozial-volitionaler Ebene ist die *soziale Vernetzung* ein zentrales Ziel. Mit dem Übergang an die Hochschule verlieren die meisten Studienanfängerinnen und-anfänger (vor allem bei einem Wechsel in eine andere Stadt) ihr gewohntes soziales Umfeld. Ein Vorkurs kann die Eingewöhnung an der Hochschule erleichtern, dem Abbau von Hemmungen (z.B. Fragen an Lehrende zu stellen) dienen und stellt Kontakte mit anderen Studierenden her und leistet dadurch einen Beitrag zur Organisation von Studierenden in Lerngruppen (Abel und Weber, 2014, Liebendörfer, 2018).

Ein weiteres Ziel auf sozial-volitionaler Ebene ist *das Vertrautmachen mit dem universitären Alltag*. Studierende können im Rahmen eines Vorkurses die neue Lernumwelt Hochschule kennenlernen (Reichersdorfer et al., 2014). Dies umfasst sowohl die organisatorischen Elemente wie das Auffinden von Räumlichkeiten, als auch die täglichen Aktivitäten wie Vorlesungsbesuch, Nacharbeiten der Vorlesungsinhalte, Lösen von Übungsaufgaben und den Besuch von Übungen.

Lehnert und Singer (2018) kam zu dem Ergebnis, dass nur 86,6% der Lehramtsstudierenden von fünf Universitäten in der Lage sind, die Brüche $\frac{17}{18}$ und $\frac{18}{19}$ korrekt in Relation zu stellen.

Ein letztes Ziel auf der sozial-volitionalen Ebene ist das *vertiefte selbstregulierte Lernen*. Auch wenn argumentiert werden kann, dass selbstreguliertes Lernen eine wichtige Fähigkeit ist, die bereits in der Schule erworben werden soll und Voraussetzung für die Aufnahme eines Studiums ist, stellt ein universitäres Studium deutlich höhere Ansprüche an des selbstregulierte Lernen, als dies in der Schule der Fall ist (vgl. auch 2.4). Im Rahmen eines Vorkurses kann selbstreguliertes Lernen durch eigenständiges Er- bzw. Nacharbeiten von Vorlesungsinhalten, selbstständiges Einteilen einer größeren Menge von Lernstoff in einzelne Einheiten und fakultative bzw. Wahlaufgaben, gefördert werden.

Es ist zu erkennen, dass die Ziele, die ein Vorkurs erfüllen kann, vielfältig sind. Sie sind für die Einzelnen sowohl mit Wiederholung (Wiederholung der Schulmathematik, vertieftes selbstreguliertes Lernen) als auch mit Konstruktion neuen Wissens bzw. neuer Beziehungen (Erlernen von Arbeitstechniken der Hochschulmathematik, soziale Vernetzung, Vertrautmachen mit dem universitären Alltag) verbunden. Inwiefern die verschiedenen Arten des Vorkurses für die jeweiligen Ziele geeignet sind, soll im übernächsten Abschnitt betrachtet werden. Zunächst wird ein kursorischer Exkurs über die instruktive bzw. konstruktive Lerntheorien gegeben, um insbesondere die Erfüllbarkeit der Ziele auf der inhaltlichen Ebene theoretisch fundiert beurteilen zu können.

3.4 Instruktive und konstruktive Lerntheorien

Je nach der eingenommenen theoretischen Perspektive können verschiedene Lernangebote unterschiedlich beurteilt werden. Klassischerweise werden instruktive und konstruktive Lerntheorien unterschieden. Diese dichotome Unterscheidung zwischen den beiden Polen ist vereinfachend zu verstehen (Reinmann, 2011). Insbesondere sind in Lernprozessen Lehrende instruktiv und Lernende konstruktiv aktiv. Wenn im Folgenden von Instruktion bzw. Konstruktion gesprochen wird, ist dies als idealtypische Unterscheidung zu verstehen, die nur in den Extremen trennscharf ist.

Zunächst ist festzustellen, dass der *Konstruktivismus* nicht eine kohärente Theorie ist (Gerstenmaier und Mandl, 2000), sondern aus verschiedenen Ansätzen besteht.[19]

[19] Der radikale Konstruktivismus (Glasersfeld, 1997) geht davon aus, dass es keine Realität gibt, sondern diese nur durch das Individuum konstruiert wird. Der sozial-konstruktivistische Ansatz beschreibt die Konstruktion von Wissen als Konsequenz sozialer Interaktionen (Woolfolk und Schönpflug, 2008). Der kognitiv-konstruktivistische Ansatz beschäftigt sich mit individuellem Wissenserwerb, wobei das Verhältnis zwischen Lernen und Lehren in den Fokus rückt.

Kernmerkmale konstruktivistischer Lerntheorien lassen sich jedoch erkennen (Scherrmann, 2016, S.10):

- Wissen ist das Ergebnis individuell vollzogener Konstruktionsprozesse.
- Individuen nehmen Kontexte unterschiedlich wahr und nutzen sie dementsprechend auf verschiedene Weisen.
- Instruktionen werden vom Individuum mit gewonnen Erfahrungen in Beziehung gesetzt und in Hinblick auf Nützlichkeit und Passung beurteilt.

Aus diesen Merkmalen lässt sich der Fokus auf die Lernenden erkennen. Diese steuern ihre individuell ablaufenden Lernprozesse und sind aktive Konstrukteure ihres Wissens. Insbesondere bei der Konstruktion neuen Wissens scheinen Lernumgebungen, die eher nach einem konstruktivistischen Paradigma angelegt worden sind, erfolgsversprechend.

Der *Instruktionismus* bezeichnet eine Lerntheorie, die die rezeptive Aufnahme[20] des Wissens auf Seite der Lernenden betont. Es findet im Gegensatz zu konstruktiven Lerntheorie ein Rollenwechsel statt, Lehrende werden zu aktiven Gestaltern des Lernprozesses, während Lernende passiv den präsentierten Stoff wahrnehmen. Die Verantwortung zur Festlegung von Lernzielen wird im Gegensatz zu konstruktivistischen Lerntheorien nicht von Lernenden und Lehrenden gemeinsam getragen, sondern allein auf Seite der Lehrenden gesehen (Kamentz und Womser-Hacker, 2003).

Es zeigen sich zwei wichtige Ergebnisse für die Ausgestaltung von Lernprozessen:

> Das scheinbare Gegensatzpaar "Instruktion - Konstruktion" beschreibt ein Kontinuum, dessen beide Endpunkte in Reinkultur in der schulischen Realität (Lernen im Klassenzimmer) selten vorkommen dürften. Gelegentlich schwingt bei der Gegenüberstellung von "Instruktion'" und "Konstruktion“ auch eine Wertung mit, nach dem Motto: Instruktion möglichst vermeiden, Konstruktion maximieren. Eine solche Sichtweise, die Instruktion und Konstruktion gegeneinander ausspielt, ist jedoch naiv, den schulische Lerne erfordert fast immer beides: Anregung, Steuerung, Vorgabe von Aufgaben durch eine *Lehrperson* und individuelle Lernprozesse auf Seite des *Schülers* (Helmke, 2009, S.49, Hervorhebungen im Original).

Einerseits beschreibt Helmke, dass die Gegensätze Instruktion und Konstruktion kaum in extremer Form in der schulischen Ausgestaltung von Lernprozessen vorkommen. Andererseits betont er die Bedeutung des Zusammenspiels konstruktiver und instruktiver Aspekte zur Ausgestaltung erfolgreicher Lernprozesse. Der zweite angesprochene Aspekt gilt dabei als Konsens in der didaktischen Forschung: Erfolgreiches Lernen erfordert eine Balance

[20] im Gegensatz zu aktiver Konstruktion.

zwischen Instruktion und Konstruktion (vgl. Reinmann und Mandl, 2006; Möller, 2012; Reinmann, 2011).

3.5 Vor- und Nachteile der Vorkursarten

In diesem Abschnitt soll nun eine Bewertung der vorgestellten Organisationsformen der Vorkurse erfolgen. Hierfür wird sowohl auf die angeführten Unterschiede zwischen Schul- und Hochschulmathematik, die Ziele eines Vorkurses, die eben umrissenen Lerntheorien sowie pragmatische Argumente rekurriert. Da die drei Arten der Vorkurse keine homogenen Gruppen bilden, sondern erhebliche Variation zulassen, werden idealtypische Vertreter betrachtet.

3.5.1 Vor- und Nachteile des Präsenzkurses

Ein üblicher Präsenzkurs dauert zwei Wochen und besteht aus einer täglichen Vorlesung und einer täglichen Übung. Des Weiteren werden üblicherweise Aufgaben gestellt, die für die nächste Übung gelöst werden sollen. Ein solcher Kurs weist Stärken beim Auffrischen von Schulwissen auf. Da die Inhalte bereits in der Schule von den meisten Teilnehmenden kennengelernt wurden, bietet eine rein instruktive Vermittlung den Vorteil, in vergleichsweiser kurzer Zeit eine große Stoffmenge behandeln zu können. Da die Teilnehmenden kein neues Wissen konstruieren müssen, sondern nur eine Rekonstruktion von bestehenden Wissensstrukturen stattfindet, scheint eine Vorlesung dafür gut geeignet. Hingegen wirkt das Ziel des Erlernens von Arbeitstechniken der Hochschulmathematik nur schwer erfüllbar. Aufgrund der Unterschiede in den Arbeitsweisen der Schul- und Hochschulmathematik (vgl. 2.2 und 2.3) muss hier neues Wissen konstruiert werden. Die Vorlesung ist aufgrund ihres oftmals rein instruktiven Charakters hierfür eher nicht geeignet und auch Kleingruppenübungen, in denen meist nur Lösungen zu entsprechenden Aufgaben besprochen werden, können nur einen geringen Teil der Teilnehmenden aktivieren. Um eine komplexe Tätigkeit wie das Beweisen zu erlernen, bedarf es einerseits mehr Zeit als zwei Wochen, andererseits vielfältiger Übungen. Das Potential für das Ziel Erlernen von Arbeitstechniken der Hochschulmathematik ist daher an das Lösen entsprechender Aufgaben gebunden. Da aber die Aufgaben täglich bearbeitet und besprochen werden, ist die Möglichkeit, komplexere Aufgaben zu stellen, die dann auf von einem entsprechenden Anteil der Studierenden gelöst werden, eher nicht gegeben.

Im Gegensatz dazu können die Ziele der sozialen Vernetzung und des Vertrautmachens mit dem universitären Alltag in einem Präsenzkurs sicherlich erfüllt werden. So lernen die Teilnehmenden ihre zukünftigen Mitstudierenden kennen und können sich bereits in

Lerngruppen organisieren. Außerdem ist die Organisationsstruktur des beschriebenen Vorkurses sehr ähnlich zu der des eigentlichen Studiums (vgl. 2.4), es werden Vorlesungen und Übungen besucht, sowie Übungsaufgaben gelöst. Ein Unterschied ist bloß in der Frequenz der entsprechenden Lehrveranstaltungen festzustellen. Das Ziel des vertieften selbstregulierten Lernens ist aufgrund der starken Vorstrukturierung bei täglichen Lehrveranstaltungen und Aufgaben nicht erfüllbar.

Ein weiterer Vorteil des Präsenzkurses ist dadurch gegeben, dass man die Lesenden der Anfängervorlesungen potentiell bereits kennenlernen kann und sich auf den Stil der entsprechenden Lehrveranstaltung besser einlassen kann. Nachteile können sowohl die mangelnde Kapazität der Hörsäle als auch die „Personalkosten" (oftmals werden Vorkurse zusätzlich zur vorgegeben Lehrverpflichtung durchgeführt) des Präsenzkurses sein. Schließlich können die Präsenzlehrveranstaltungen, insbesondere eine Vorlesung, kaum flexibel auf Heterogenität bei den Teilnehmenden reagieren.

3.5.2 Vor- und Nachteile des Onlinekurses

Ein üblicher Onlinekurs wird auf einer Lernplattform (z.B. moodle oder OPAL) angeboten. Auf dieser Plattform werden Lernmaterialien zur Verfügung gestellt, die einen selbstständigen Erwerb der entsprechenden Inhalte ermöglichen sollen. Des Weiteren umfasst ein solcher Kurs Aufgaben, die automatisch bewertet werden können.[21] Der Zugang zu einem entsprechenden Kurs wird häufig schon im August gewährt (bei einem Semesterstart im Oktober).

Die Auffrischung von Schulwissen wird in einem Onlinekurs ermöglicht. Die Teilnehmenden können dabei, insbesondere durch die automatisch bewertbaren Aufgaben zu kalkulatorischen Fähigkeiten, eine präzise Rückmeldung zu individuellen Stärken und Schwächen bezüglich des Schulwissens erhalten. Hierdurch kann auch der individuelle Lernweg besser gesteuert werden und die ausführliche Behandlung bereits gut beherrschter Inhalte vermieden werden. Fraglich ist, wie ein Onlinekurs zum Ziel des Erlernens von Arbeitstechniken der Hochschulmathematik beitragen kann. Auch wenn die Auseinandersetzung mit den zur Verfügung gestellten Lernmaterialien ein Grundverständnis des Beweisens induzieren kann, ist die automatische Bewertung von Beweisaufgaben nicht möglich. Hier fehlt eine entsprechende Rückmeldung, ob der entsprechende Beweis den Normen der Hochschulmathematik genügt. Hierfür müssten diesbezügliche Normen auch in einem

[21] Dies beinhaltet meist Multiple-Choice-Aufgaben oder Aufgaben mit einem Kurzantwortformat, nicht jedoch komplexe Beweisaufgaben.

instruktiven Setting vermittelt werden, da diese eben nicht in einem individuellen Konstruktionsprozess entstehen, sondern das Ergebnis von Aushandlungsprozessen der mathematischen Community darstellen (vgl. 2.2).

Ein Onlinekurs kann weder soziale Vernetzung noch ein Vertrautmachen mit dem universitären Alltag leisten, da beide Ziele vorrangig an Präsenzveranstaltungen gebunden sind. Allerdings ermöglicht er ein vertieftes selbstreguliertes Lernen, da die Teilnehmenden frei entscheiden können, wann sie welche Inhalte behandeln, mit welchen Aufgaben sie sich auseinandersetzen und wie viel Zeit dafür jeweils investiert wird.

Für den Onlinekurs kann eine Vielzahl von pragmatischen Argumenten geliefert. Ein Vorkurs erfordert keine „Personalkosten" außer ggf. die technische Administration und ist auch nicht an Kapazitätsgrenzen der Räumlichkeiten gebunden. Insbesondere können Onlinekurse oder zumindest Teile von ihnen über einen längeren Zeitraum genutzt werden, wohingegen Präsenzkurse mit neuen Verantwortlichen oft komplett umgestaltet werden. Ein Onlinekurs kann unabhängig von örtlichen und zeitlichen Gegebenheiten besucht werden. Dies ist insbesondere für diejenigen Teilnehmenden von Relevanz, die noch keine Wohnung am Studienort haben bzw. parallel zum Zeitraum des Vorkurses einer Arbeitstätigkeit nachkommen müssen. Wie oben beschrieben, muss auch nicht der volle Kurs durchlaufen werden, sondern die Teilnehmenden können die für sie relevanten Kursbausteine individuell planen. Trotz einiger pragmatischer Vorteile zeigt sich, dass potentielle Teilnehmende, die die Wahl zwischen Präsenz- und Onlinekurs haben, sich eher für einen Präsenzkurs entscheiden (Biehler et al., 2012).

3.5.3 Vor- und Nachteile des Hybridkurses

Ein idealtypischer Hybridkurs besteht aus digitalen Lernmaterialien, die bereits ein bis zwei Monate vor dem Start des Semesters zugänglich sind, sowie einer zweiwöchigen Präsenzphase. Im Onlineteil werden dabei Materialien zur Verfügung gestellt, die die eigenständige Wiederholung von Schulstoff fördern. Insbesondere werden automatisch bewertbare Aufgaben dazu eingesetzt, um zu den einzelnen Modulen, die später im Präsenzteil behandelt werden, ein Feedback zu generieren. Dieses umfasst eine Empfehlung, ob ein Besuch der entsprechenden Präsenzveranstaltung nötig ist, oder darauf eher verzichtet werden kann. Des Weiteren werden parallel zur Präsenzphase Materialien online gestellt, die eine Vorbereitung auf die jeweiligen Vorlesungsinhalte ermöglichen. Die Präsenzphase besteht aus zwei täglichen Vorlesungsteilen. Im ersten Vorlesungsteil wird die instruktive Wiederholung von Schulstoff fokussiert, wobei sich dies vor allem an diejenigen

Teilnehmenden richtet, bei denen das Feedback des relevanten Onlinetests negativ ausgefallen ist. Der zweite Vorlesungsteil wird als Flipped-Classroom Lehrveranstaltung realisiert. Hier sollen sich die Teilnehmenden mit den online zur Verfügung gestellten Materialien auf die Lehrveranstaltung vorbereiten. In der Lehrveranstaltung selbst lösen die Teilnehmenden dann Aufgaben zu Themen der Hochschulmathematik, insbesondere dem Beweisen, wobei hier persönliche Rückmeldung gegeben wird. Der zweite Vorlesungsteil wird nicht nur von Lesenden, sondern auch von weiteren Personen betreut. Außerdem wird der zweite Vorlesungsteil aufgenommen und den Studierenden im Onlineteil des Kurses zur Verfügung gestellt.

Zunächst könnte angenommen werden, dass bei dem beschriebenen Hybridkurs Vor- und Nachteile des Präsenz- bzw. Onlinekurs sich einfach addieren. Durch die zweigeteilte Vorlesungsstruktur überwiegen jedoch die Vorteile. So ist die Auffrischung von Schulstoff durch Onlinelernmaterialien und ggf. eine anschließende Vorlesung sichergestellt. Insbesondere kann hier auch die Reihenfolge des Durchlaufens noch variiert werden (erst Vorlesung, dann Onlinematerial zur Vertiefung nutzen). Das Erlernen von Arbeitstechniken der Hochschulmathematik im Flipped-Classroom Design scheint erfolgsversprechend. Der Erwerb der nötigen Kenntnisse im Selbststudium und die anschließende Sicherstellung, dass mathematische Normen entsprechend umgesetzt werden, genügt einer Balance aus Instruktion und Konstruktion beim Lernen (vgl. 3.4).

Die Teilnehmenden haben bei den Präsenzphasen die Gelegenheit zur sozialen Vernetzung und erleben durch Vorlesung und entsprechende Aufgaben Teile des universitären Alltags. Allerdings ist dieser anders strukturiert als in den Modulen der Studieneingangsphase (vgl. 2.4). Schließlich kann vertieftes selbstreguliertes Lernen insbesondere bei der Wiederholung der Schulmathematik im Onlinekurs erfolgen.

Aus pragmatischer Sicht spricht eine Vielzahl von Faktoren für einen Hybridkurs. Der Onlinetest mit Feedback ermöglicht einen flexibleren Umgang mit Heterogenität als die reinen Präsenz- bzw. Onlinekurse. Ein solcher Kurs kann zu großen Teilen auch von denjenigen Teilnehmenden erfolgreich besucht werden, die nicht an den Präsenzveranstaltungen teilnehmen können. Eine intensive Auseinandersetzung mit den Aufgaben zur Wiederholung des Schulstoffs sowie den Videos zur Vorlesung scheint hierfür erfolgsversprechend. Die Tatsache, dass der Onlineteil des Kurses bereits frühzeitig zugänglich ist, bietet den Teilnehmenden die Möglichkeit, ein Maximum an aktiver Lernzeit zu investieren. Schließlich stellt der Hybridkurs eine Möglichkeit zur effektiven Umsetzung multimedialen Lernens dar.

Allerdings ist festzustellen, dass das Erstellen des beschriebenen Kurses mit dem größten Aufwand verbunden ist. So müssen praktisch zwei Onlinekurse (einer zur Wiederholung der Schulmathematik, einer zum Erlernen der Arbeitstechniken der Hochschulmathematik) mit Materialien befüllt werden und zwei Vorlesungsreihen vorbereitet werden. Außerdem sind „Personalkosten“ vergleichsweise hoch. Die oben beschriebenen Vorteile sowie die durch Passung zwischen Online- und Präsenzteil des Kurses gegebene Nachnutzbarkeit der Materialien wiegen diese Nachteile jedoch auf. Daher kann ein Hybridkurs, wie er beschrieben wurde, als dem Präsenz- und Onlinekurs aus theoretischer Perspektive als überlegen bezeichnet werden. Dies generiert folgende These:

„Ein Hybridkurs ist für die Vorbereitung auf ein mathematisches Studium besser geeignet als ein Präsenz- bzw. Onlinekurs.“

4 Fazit

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Vorkurse als Unterstützungsmaßnahme zur Verringerung der Übergangsproblematik zwischen Schule und Hochschule in mathematischen Studiengängen betrachtet. Dafür wurden zunächst Schul- und Hochschulmathematik bzw. inhaltlicher und organisatorischer Aspekte verglichen. Diese Betrachtung war die Ausgangsbasis zur Definition von Zielen, die ein Vorkurs erfüllen soll. Zur Beurteilung, welche Ziele erfüllbar scheinen, wurden drei Arten von Vorkursen nach ihrer Organisationsform unterschieden. Es zeigt sich, dass aus theoretischer Perspektive weder ein reiner Präsenzkurs noch ein reiner Onlinekurs das größte Potential aufweist. Dieses wird durch eine Mischform aus Präsenz- und Onlinekurs realisiert. Insbesondere die Betrachtungen zu den Lerntheorien des Instruktionismus und Konstruktivismus stützen diese Tatsache. Interessant wäre eine empirische Prüfung der hier aufgestellten Hypothese:

„Ein Hybridkurs ist für die Vorbereitung auf ein mathematisches Studium besser geeignet als ein Präsenz- bzw. Onlinekurs."

Eine empirische Prüfung einer solchen Hypothese erfordert das Vergleichen der drei Vorkursarten hinsichtlich des erzielten Lernerfolgs der Teilnehmenden. Dafür müssten vergleichbare Kontrollgruppen geschaffen werden, was eine Kooperation von mindestens drei Universitäten erfordern würde. Außerdem scheint ein solcher Vergleich schwierig, da es sich nur um organisatorische Idealtypen eines Vorkurses handelt. Die inhaltliche Ausgestaltung der Kurse wurde im Rahmen dieser Arbeit nur kurz umrissen. Außerdem ist die Qualität der entsprechenden Kurse erheblich von den Personen, die die Lehrveranstaltungen bzw. das Onlinematerial gestalten, abhängig. Auch dies konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter erläutert werden.

Es zeigen sich weitere Probleme der Hochschullandschaft in Bezug auf Vorkurse. Dies soll kurz am Beispiel der Universität Leipzig demonstriert werden. Dem Autor sind drei Vor- bzw. Brückenkurse bekannt, die lokal durchgeführt werden: das Propädeutikum der Fakultät für Mathematik und Informatik, der Brückenkurs der Fakultät für Physik und Geowissenschaften sowie der Brückenkurs der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät. Die Gestaltung und Durchführung der Lehrveranstaltungen unterliegen den einzelnen Fakultäten. Ein Austausch von Erfahrungen, mögliche optimierte Abstimmung auf die Zielgruppe oder die Prüfung der Kooperation bei der Gestaltung entsprechender Lehrveranstaltungen findet meines Wissens nicht statt. So verstreicht das Potential zur Überarbeitung und Optimierung der Lehrveranstaltungen.

Dies beschreibt letztlich ein Problem, was nicht nur für Vorkurse in Leipzig, sondern für Unterstützungsmaßnahmen am Übergang Schule Hochschule im Fach Mathematik generell zu gelten scheint. Die Veranstaltungen werden lokal geplant, durchgeführt und evaluiert, wobei dies zum Teil auch in Publikationen veröffentlicht wird. Aufgrund der immer noch sehr hohen Abbruch- und Studienfachwechselquoten im Fach Mathematik (vgl. 1) ist der Erfolg insgesamt eher gering. Bei einer Planung einer weiteren Unterstützungsmaßnahme werden die positiven Erkenntnisse zu selten genutzt und stattdessen wieder lokale Lösungen gesucht. Dies ist wohl auch dem Projektcharakter der meisten Unterstützungsmaßnahmen geschuldet. Inwiefern dies zu einer nachhaltigen Gestaltung entsprechender Maßnahmen führt, ist fraglich.

5 Literaturverzeichnis

- Abel, H.; Weber, B. (2014). *28 Jahre Esslinger Modell – Studienanfänger und Mathematik*. In: Bausch et al. (Hrsg.) Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Problem, und Perspektiven. (S. 9-20). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Ableitinger, C.; Herrmann, A. (2014). *Das Projekt „Mathematik besser verstehen“.* In: Bausch et al. (Hrsg.) Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Problem, und Perspektiven. (S. 327-342). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Anderson, L. W.; Krathwohl, D. R. (2001). A Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives: Complete Edition. New York: Longman.
- Baumann, A. (2011). *Eine kritische Betrachtung zum Thema „Modellierungsaufgaben“ anhand von Beispielen aus dem hessischen Mathematik-Abitur 2009*. Mathematikinformation Nr.55
- Bausch, I.; Fischer, P. R.; Oesterhaus, J. (2014) *Facetten von Blended Learning Szenarien für das interaktive Lernmaterial VEMINT – Design und Evaluationsergebnisse an den Partneruniversitäten Kassel, Darmstadt und Paderborn.* In: Bausch et al. (Hrsg.) Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Problem, und Perspektiven. (S. 87-102). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Bescherer, C., Spannagel, C., Zimmermann, M. (2012) *Neue Wege in der Hochschulmathematik – Das Projekt SaiL-M.* In: Zimmermann et al. (Hrsg.): Mathematik lehren in der Hochschule. (S.93-104) Hildesheim: Franzbecker.
- Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spies, S., Wickel, G. (2011). *Mathematik Neu Denken. Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten.* Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Biehler, R.; Bruder, R.; Hochmuth, R.; Koepf, W. (2014). *Einleitung*. In: Bausch et al. (Hrsg.) Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Problem, und Perspektiven. (S. 1-6) Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Biehler, R.; Fischer, P. R: Hochmuth, R.; Wassong, T. (2012). Mathematische Vorkurse neu gedacht: Das Projekt VEMA. In: Zimmermann et al. (Hrsg.): Mathematik lehren in der Hochschule. (S.21-32) Hildesheim: Franzbecker.
- Blum, W. (2015) *Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?*. In: Cho et al. (Hrsg.) The Proceedings oft he 12th International Congress on Mathematical Education. Intellectual and Attitudinal Challenges. Heidelberg: Springer Cham.
- de Guzmán, M., Hodgson, R., B.; Robert, A.; Villani, V. (1998). *Difficulties in the passage from secondary to tertiary education.* Documenta Mathematice: 747-762.
- DMV, GDM, MNU. (2019), *19 Maßnahmen für einen konsturktiven Übergang Schule-Hochschule* (Abgerufen unter: https://www.mathematik.de/images/Presse/Presseinformationen/Massnahmenkatalog_DMV_GDM_MNU.pdf letzter Aufruf am 22.03.2020)
- Dörner, D. (1979). *Problemlösen als Informationsverarbeitung.* Stuttgart: Kohlhammer.
- Drüke-Noe, C. (2014) *Aufgabenkultur in Klassenarbeiten im Fach Mathematik. Empirische Untersuchungen in neunten und zehnten Klassen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Fischer, A.; Wagner, D. (2009). *Mathematiklernen in der Sekundarstufe II und im Studium: Zusammenfassung und Forschungsdesiderata*. In: Heinze, A.; Grüßing, M.

(Hrsg.) Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht. (S.265-268). Münster: Waxmann.

- Fischer, H.; Glück, G.; Schmid, P. (1975) *Anfängerstudium in Mathematik: Beschreibung und Evaluation eines Unterrichtsversuchs in Tübingen*. Hamburg: Arbeitsgemeinschaft für Hochschuldidaktik.
- Gerstenmaier, J.; Mandl, H. (2000). *Konstruktivistische Ansätze in der Psychologie*. Forschungsbericht Nr.123. München: Pädagogische Psychologie und Empirische Pädagogik.
- Glasersfeld, E. v. (1997). *Radikaler Konstruktivismus: Ideen, Ergebnisse, Probleme.* Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Greefrath, G.; Hoever, G.; Kürten, R.; Neugebauer, C. (2016). *Vorkurse und Mathematiktests zu Studienbeginn – Möglichkeiten und Grenzen*. In: Roth et al. Übergänge konstruktiv gestalten. Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik. (S.19-32). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Greefrath, G.; Kaiser, G.; Blum, W.; Borromeo Ferri, R. (2013) *Mathematisches Modellieren – Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe*. In: Borromeo Ferri (Hrsg.) Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Guedet, G. (2008). *Investigating the secondary-tertiary transition*. Educational Studies in Mathematics, 67(3), S. 237-254.
- Hefendehl-Hebeker L. (2016) *Mathematische Wissensbildung in Schule und Hochschule*. In: Hoppenbrock et al. (Hrsg.) Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase. Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik. (S.15-30) Springer Spektrum, Wiesbaden.
- Heintz, B. (2000). *Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin.* Wien: Springer.
- Helmke, A. (2009). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. Seelze-Velber: Klett/Kallmeyer
- Heublein, U.; Hutzsch, C.; Schreiber, J.; Sommer,D.; Besuch, G. (2009). *Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen Ergebnisse einer bundesweiten Befragung von Exmatrikulierten des Studienjahres 2007/08*. DZHW-Projektbericht. (Abgerufen unter: http://www.forschungsnetzwerk.at/downloadpub/2009_his_dropouts_studienabbruch_ursachen.pdf letzter Aufruf am 12.03.2020)
- Heublein, U.; Schmelzer, R. (2018). *Die Entwicklung der Studienabbruchquoten an den deutschen Hochschulen. Berechnungen auf Basis des Absolventenjahrgangs 2016*. DZHW-Projektbericht. (Abgerufen unter: https://idw-online.de/en/attachmentdata66127.pdf letzter Aufruf am 12.03.2020)
- Iannone, P.; Simpson A. (2015). *Mathematic lecturers‘ views of examinations: tensions and possible solutions*. Teaching Mathematics and Ist Applications, 34(2), S.71-82.
- Kamentz, E., Womser-Hacker, Ch. (2003), *Lerntheorie und Kultur: eine Voruntersuchung für die Entwicklung von Lernsystemen für internationale Zielgruppen*. In: Ziegler, J., et al. (Hrsg.). Mensch & Computer 2003. Interaktion in Bewegung. Proceedings der 3. Konferenz Mensch & Computer, 08.-10. September 2003 (S. 349-358). Stuttgart: Teubner.

- Klein, F. (1933): *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*. Erster Band. Berlin: Springer.
- Kultusministerkonferenz (2002): *Rahmenordnung für die Diplomprüfung im Studiengang Mathematik*. (Abgerufen unter: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2002/2002_12_13-RO-Mathematik-HS.pdf letzter Aufruf am 19.03.2020)
- Kultusministerkonferenz (2012): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. (Abgerufen unter: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf letzter Aufruf am 15.03.2020)
- Lederer, Andrea (2008) *Prüfungen kritisch überprüft. Probleme der schulischen Prüfungs- und Beurteilungspraxis untersucht an schriftlichen Prüfungen und Prüfungsaufgaben in ausgewählten Fächern der Realschule*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Ley, Michael (2002). Übergang Schule - *Hochschule Klassifikation von Initiativen zur Förderung des naturwissenschaftlichen Nachwuchses. Studie im Auftrag der Hochschulrektorenkonferenz und der Kultusministerkonferenz*. Bonn: Hochschulrektorenkonferenz.
- Liebendörfer, M. (2018). *Motivationsentwicklung im Mathematikstudium*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Liebendörfer, M.; Göller, R. (2016). *Abschreiben von Übungsaufgaben in traditionellen und innovativen Mathematikvorlesungen*. Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 24(4), S.230-233.
- Möller, K. (2012). *Konstruktion vs. Instruktion oder Konstruktion durch Instruktion? Konstruktionsfördernde Unterstützungsmaßnahmen im Sachunterricht.* In: Giest et al. (Hrsg.): Lernen und Lehren im Sachunterricht. Zum Verhältnis von Konstruktion und Instruktion. (S. 37-50) Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Neubrand, M. (2015). *Bildungstheoretische Grundlagen des Mathematikunterrichts*. In: Bruder et al. : Handbuch der Mathematikdidaktik (S.51-73). Heidelberg: Springer Spektrum.
- Neubrand, M., Jordan, A.; Krauss, S.; Blum, W.; Löwen, K. (2011) *Aufgaben im COACTIV-Projekt: Einblicke in das Potential für kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht*. In: Kunter et al. Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV. (S.115-132). Münster: Waxmann.
- Paravincini, W. (2014). *Fünftsemester als Mentoren für Erstsemester*. In: Bausch et al. (Hrsg.) Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Problem, und Perspektiven. (S. 389-397) Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Pieper-Seier, Irene (2002):*Lehramtsstudierende und ihr Verhältnis zur Mathematik*. In: Peschek, W. (Hrsg.) Beiträge zum Mathematikunterricht 2002 (S. 395-398.). Hildesheim: Franzbecker.
- Pohlenz, P.; Tinsner, K. (2004). *Bestimmungsgrößen des Studienabbruchs. Eine empirische Untersuchung zu Ursachen und Verantwortlichkeiten*. Potsdam: Universitätsverlag Potsdam.
- Püschl, J. (2019*). Kriterien guter Mathematikübungen. Potentiale und Grenzen in der Aus- und Weiterbildung studentischer Tutorinnen und Tutoren*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

- Quinn, F. (2012) *A Revolution in Mathematics? What Really Happened a Century Ago and Why It Matters Today*. Notices of the American Mathematical Society, 59 (01), S.31-37.
- Rach, S. (2014). *Charakteristika von Lehr-Lern-Prozessen im Mathematikstudium. Bedingungsfaktoren für den Studienerfolg im ersten Semester*. Münster: Waxmann.
- Reichel, Hans-Christian (2000): *Brauchen wir eine spezielle Mathematik-Fachausbildung für Lehramtskandidaten?* Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 2/2000, S. 33-36.
- Reichersdorfer, E.; Ufer, S.; Lindmeier, A.; Reiss, K. (2014) *Der Übergang von der Schule zur Universität: Theoretische Fundierung und praktische Umsetzung einer Unterstützungsmaßnahme am Beginn des Mathematikstudiums*. In: Bausch et al. (Hrsg.) Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Problem, und Perspektiven. (S. 37-54). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Reinmann, G. (2011) *Das schwierige Verhältnis zwischen Lehren und Lernen: Ein hausgemachtes Problem?*. Preprint (Abgerufen unter https://gabi-reinmann.de/wp-content/uploads/2011/10/Artikel_Instruktion-versus-Konstruktion_preprint.pdf letzter Aufruf am 24.03.2020)
- Reinmann, G.; Mandl, H. (2006). *Unterrichten und Lernumgebungen gestalten*. In: Krapp, A.; Weidenmann, B. (Hrsg.). Lehrbuch Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch (S.613-658). Weinheim: Beltz.
- Riedl, L.; Rost, D.; Schörner, E. (2014). *Brückenkurs für Studierende des Lehramts an Grund-, Haupt- oder Realschulen der Ludwig-Maximilians-Universität München*. In: Bausch et al. (Hrsg.) Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Problem, und Perspektiven. (S. 55-66). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Sächsisches Staatsministerium für Kultus (2019). *Lehrplan Gymnasium Mathematik*. (Abgerufen unter: https://www.schule.sachsen.de/lpdb/web/downloads/2426_lp_gy_mathematik_2019_final.pdf?v2 letzter Aufruf am 08.03.2020).
- Sauter, A.M.; Sauter, W.; Bender, H. (2004). *Blended Learning. Effiziente Integration von E-Learning und Präsenztraining.*München: Luchterhand.
- Scherrmann, A. (2016). *Lernen mit Lösungsbeispielen im Mathematikunterricht eine empirische Untersuchung zur Datenauswertung im Unterricht*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Schiefele, U.; Pekrun, R. (1996): *Psychologische Modelle des selbstgesteuerten und fremdgesteuerten Lernens*. In: Weinert, F. (Hrsg.): Psychologie des Lernens und der Instruktion (S.249-278) Göttingen: Hogrefe.
- Schoening, M.; Wulfert, R. (2014) *Studienvorbereitungskurse „Mathematik" an der Fachhochschule Brandenburg*. In: Bausch et al. (Hrsg.) Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Problem, und Perspektiven. (S. 213-230). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Schöneburg-Lehnert, S.; Singer, K. (2018). *Projekt AEZ – Altersstufenübergreifend: Elementares Verständnis im Umgang mit Zahlen in verschiedenen Repräsentationsformen – Teilprojekt: Größenvergleich von Zahlen in Bruchdarstellung*. In: Bender, P.; Wassong, T. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2018 (S. 1695-1698). Münster: WTM-Verlag.
- Schukajlow, S. (2011) *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur*. Münster: Waxmann.

- Stylianides, A. J. (2007). *Proof and Proving in School Mathematics.* Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 38, No. 3 (May, 2007),S. 289-321.
- Tall, D. (1997), *From School to University: the effects of learning styles in the transition from elementary to advanced mathematical thinking*. In Thomas, M. O. J. (Hrsg.) Proceedings of The Seventh Annual Australasian BridgingNetwork Mathematics Conference. University of Auckland, S.9-26.
- Tao, T. (2007) *There's more to mathematics than rigour and proofs*. (Abgerufen unter: https://terrytao.wordpress.com/career-advice/theres-more-to-mathematics-than-rigour-and-proofs/, letzter Aufruf am 13.03.2020)
- Thurston, W. P. (1994) *On proof and progress in mathematics*. Bulletin oft the American Mathematical Society, 30 (2), S. 161-177.
- Weidlich, J.; Spannagel, C. (2014). *Die Vorbereitungsphase im Flipped Classroom. Vorlesungsvideos versus Aufgaben.* In: Rummler, K. (Hrsg.): Lernräume gestalten – Bildungskontexte vielfältig denken. (S.237-248). Münster:Waxmann.
- Winter, H. (1995). *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61, S. 37-46.
- Witzke, I. (2014). *Zur Problematik der empirisch-gegenständlichen Analysis des Mathematikunterrichts*. Der Mathematikunterricht, 60(2), S.19-31.
- Wlassak, F. (2018). *Offener Matheraum - Ein Unterstützungsangebot zum effektiveren Lernen mathematischer Arbeitstechniken*. In: Bender, P.; Wassong, T. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2018 (S. 2019-2022). Münster: WTM-Verlag.
- Wlassak, F. (2019). *Aufgabenprofile mathematischer Übungsaufgaben im Fach Analysis I.* In: Frank et al. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2019 (S. 917-920). Münster: WTM-Verlag.
- Woolfolk, A.; Schönpflug, U. (2008). *Pädagogische Psychologie*. München: Pearson Studium.