

M. Trott: The Mathematica GuideBook for Symbolics

Springer Science+Business Media, New York, ISBN 0-387-95020-6, 2005, xlii+1454 Seiten.

Besprechung für den *Computeralgebra-Rundbrief*

Wer gedacht hat, dass mit Steven Wolframs 1500-seitigem Wälzer [Wo-99] bereits alles Relevante zu Mathematica gesagt sei, wird durch das nun vorliegende *Opus Magnum* von Michael Trott eines Besseren belehrt. Der hier zu besprechende abschließende vierte Band eines Werks mit „mehr als 5 000 Druckseiten, 18 GB begleitender Notebooks, 22 000 Mathematica-Eingaben mit mehr als 13 000 Zeilen Kommentar, 11 000 Referenzen, 4 000 Graphiken, 1 000 vollständig gelösten Übungsaufgaben, 150 Animationen“ (aus dem Vorwort des Autors) kann wohl ohne Übertreibung als **das** zukünftige Referenzbuch für den Einsatz von Mathematica schlechthin bezeichnet werden.

Mit Blick auf die Fülle didaktisch gut aufbereiteten Materials ist das Werk auch weit über den Kreis der Mathematica-Nutzer hinaus interessant als Fundgrube von Anregungen und Beispielmaterial, wie sich mit – in allen leistungsfähigen CAS in der einen oder anderen Weise verfügbaren – grundlegenden computeralgebraischen sprachlichen Mitteln das „doing mathematics by computer“ in praktischen Anwendungen umsetzen lässt. Die Bedeutung der Entfaltung einer solchen „technologischen Seite des Denkens“ (B. Buchberger), in der sich CAS wie Mathematica längst zu „Systemen für technisches Rechnen“ (M. Trott, S. ix) gemausert haben und auch im Kern komplexerer fachspezifischer Anwendungen zu finden sind, ist kaum zu überschätzen. Das zu besprechende Buch steht thematisch im Zentrum dieser Entwicklungen.

Wer – wie der Rezensent – auch nur zeitweise mit dem über zehnjährigen Entstehungsprozess dieses *Opus Magnum* in Berührung gekommen ist, der weiß zugleich, in welchem umfassendem Sinne dort die Weisheit einer ganzen Expertengruppe von Entwicklern eingeflossen ist. Mit dieser Bemerkung soll die außerordentliche Mühe des Autors in keiner Weise geschmälert werden, dieses bisher vorwiegend mündlich weitergegebene Wissen in konsistenter und didaktisch ansprechender Weise schriftlich zu fixieren und so einem größeren Kreis von CA-Nutzern zugänglich zu machen. Im Gegenteil, sie rückt die Bedeutung dieses Werks eines ausgewiesenen Mathematica-Experten erst ins rechte Licht.

Da die anderen Bände im Rundbrief bisher nicht besprochen worden sind, möchte ich dieser Besprechung wenigstens eine Übersicht über die Kapitel der vier Bände voranstellen. Dies sind **Band 1: The Mathematica GuideBook for Programming** mit den Kapiteln 1. *Introduction to Mathematica*, 2. *Structure of Mathematica Expressions*, 3. *Definitions and Properties of Functions*, 4. *Meta-Mathematica*, 5. *Restricted Patterns and Replacement Rules*, 6. *Operations on Lists and Linear Algebra*; **Band 2: The Mathematica GuideBook for Graphics** mit den Kapiteln 1. *Two-Dimensional Graphics*, 2. *Three-Dimensional Graphics*, 3. *Contour and Density Plots*; **Band 3: The Mathematica GuideBook for Numerics** mit den Kapiteln 1. *Numerical Computations*, 2. *Computations with Exact Numbers* und der hier zu besprechende **Band 4: The Mathematica GuideBook for Symbolics**.

Bereits an dieser Auflistung wird der didaktisch wohldurchdachte Aufbau der Quadrologie deutlich. Die ersten drei Sätze dieser Sinfonie sind nicht Gegenstand dieser Besprechung, sondern allein der vierte Satz – das Finale –, in dem die vorher angelegten thematischen Linien zur Fuge verschmolzen werden. Besonders deutlich wird das im 800-seitigen Kapitel 1. *Symbolic Computations*, dessen Inhalt hier – pars pro toto – etwas genauer beschrieben

werden soll. Eine detaillierte Übersicht über die Inhalte aller vier Bücher findet sich auf der Webseite <http://www.mathematicaguidebooks.org/toc.shtml> des Autors.

Nach vorbereitenden Bemerkungen (`Simplify` und dessen Optionen, das Domain-Konzept und der Assume-Mechanismus von Mathematica) geht es nacheinander um Polynome und polynomiale Darstellungen (u.a. Resultanten, Gröbnerbasen und Normalformen, zylindrische Dekomposition, Quantoren-Elimination), rationale Funktionen, trigonometrische Ausdrücke und deren verschiedenen Simplifikationsstrategien, Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen (`Solve`, der Umgang mit algebraischen Zahlen in ihren verschiedenen Darstellungsformen, `Reduce` und Auflösung in äquivalente logische Ausdrücke, inverse Funktionen und `InverseFunction`), Themen der klassischen Analysis (Differenzial- und Integralrechnung, Grenzwerte und Reihenentwicklungen, Residuen, Summationsaufgaben), Differenzial- und Differenzengleichungen (`DSolve` für ODE und PDE, `RSolve` für Deq) und Integraltransformationen (`FourierTransform`, `LaplaceTransform` und deren Inversen).

Im abschließenden Teil werden drei Beispiele ausführlicher besprochen: der Erwartungswert für den Flächeninhalt eines innerhalb eines Quadrats zufällig gewählten Dreiecks, die Bestimmung eines Körperturms à la Gauss für die algebraische Zahl $\cos\left(\frac{2\pi}{257}\right)$ sowie die Bestimmung einer impliziten Darstellung für den Dreifachknoten.

Besonders in den Beispielen des Analysisteils kommt der mathematische Hintergrund des Autors (Analysis, Physik) zum Tragen. Es werden seltsame Funktionen, stückweise Funktionen, Tensorrechnung, Evoluten, Phasenintegral-Approximationen, verschiedene Integrationsaufgaben über unbestimmte und bestimmte endliche und unendliche Bereiche, Minimalflächen, die eindimensionale Wellengleichung, analytische Fortsetzungen sowie verschiedene Klassen von ODE erster und zweiter Ordnung behandelt.

Die Ausführlichkeit der Darstellung kann schon daran abgelesen werden, dass fast 2 000 Referenzen die Ausführungen begleiten. Das Kapitel wird abgerundet von 46 „Exercises“, von denen jede Stoff für ein ganzes Problemseminar hergibt und deren auf 400 eng bedruckten Seiten vollständig ausgeführten Lösungen.

Damit ist der unverzichtbare Kern eines leistungsfähigen „Systems für das technische Rechnen“ umrissen. Weiteres ist – entsprechend den konkreten Anwendungsbereichen – nicht direkt als Kernbestandteil zu betrachten, sondern als „nachladbarer Modul“. Zwei solche Module, die dem Autor besonders am Herzen liegen und die in ihrer Gesamtheit besonders schöne Beispiele des Zusammenwirkens algebraischer, analytischer und numerischer Aspekte abgeben, werden in den folgenden Kapiteln 2. *Classical Orthogonal Polynomials* und 3. *Classical Special Functions* besprochen. Auch in diesen Abschnitten reichen die Ausführungen bis hin zu nicht trivialen Anwendungen vor allem in der Quantenmechanik und Analysis. Als Höhepunkt des Kapitels 3 wird die Bestimmung der Nullstellen der allgemeinen reduzierten Quintik $z^5 + 5 a z^2 + 5 b z + c$ in Termini der hypergeometrischen Funktion ${}_2F_1$ besprochen. Auch zu diesen Kapiteln gibt es eine lange Liste sehr komplexer Übungsaufgaben mit detailliert ausgearbeiteten Lösungen.

Ich möchte die Besprechung nicht abschließen ohne ein letztes Problem zu berühren, welches das vorliegende Opus mit anderer Software-Literatur gemeinsam hat. Im Gegensatz zum Gegenstand klassischer Publikationen entwickelt sich das zu Grunde liegende Software-Projekt schnell weiter und eigentlich müssten dauernd aktualisierte Neuauflagen angeboten werden. Dies lässt sich mit Blick auf die damit verbundene Belastung sowohl der Autoren (arbeitsmäßig) als auf der Käufer (finanziell) in der Regel nur in eingeschränktem Umfang

realisieren und die betroffenen Autoren bzw. Verlage reagieren darauf auf verschiedene Weise. Wolfram Research etwa hat sich seit Mathematica 4 nicht mehr der Mühe unterzogen, das Handbuch [Wo-99] auch in deutscher Sprache herauszubringen. Statt dessen ist in den letzten Jahren eine engere Verzahnung der Systementwicklung selbst mit dem Fortschreiben der elektronisch verfügbaren (englischsprachigen) Dokumentation deutlich zu erkennen.

Einem solchen schnellen „Aktualitätsverlust“ lässt sich einerseits durch eine wohldurchdachte Auswahl von Inhalten mit etwas dauerhafterem Charakter entgegenwirken. Oft sind es gerade solche dauerhaften Inhalte, die den Erfolg eines Softwarebuchs ausmachen, wenn sich auf deren Basis die „variablen Teile“ von Neuerungen besser elektronisch erschließen lassen. Unter diesem Aspekt sind Schwerpunkte und Präsentation der Inhalte des hier besprochenen Buchs sehr bedacht gewählt.

Eine zweite, zur ersten nicht unbedingt alternative Variante liegt in der Dynamisierung des Werks selbst. Für [Wo-99] ist durch die Verlagerung des Entwicklungs-Schwerpunkts auf die Notebook-Version im Hilfesystem eine solche Dynamisierung deutlich zu erkennen. Auch das hier besprochene Buch geht einen solchen Weg. Der gesamte Inhalt der gedruckten Ausgabe ist auch elektronisch im Notebook-Format auf der mitgelieferten DVD verfügbar. Auch die Notebooks der anderen drei Bände werden (in nicht ausgewerteter Form) mitgeliefert. Unter <http://www.MathematicaGuideBooks.org> stehen darüber hinaus Aktualisierungsinformationen für diese Notebooks zur Verfügung, deren Gesamtumfang von 10 GB zum Erscheinen der ersten beiden Bände 2004 inzwischen auf 20 GB gewachsen ist (M. Trott, S. xx).

[**Wo-99**] Steven Wolfram: The Mathematica Book. 4. Auflage. Wolfram Media/Cambridge Univ. Press. 1999

6. Februar 2006

Hans-Gert Gräbe (Leipzig)