Dr. Stefan Dück
dueck@informatik.uni-leipzig.de
http://www.informatik.uni-leipzig.de/~dueck

SS 2018
Institut für Informatik
Universität Leipzig

Übungsblatt zur Vorlesung „Nebenläufige Prozesse: Spurtheorie“

4. Serie

- **Seminaraufgaben** sind bis zur Übung vorzubereiten und dort vorzustellen.
- **Hausaufgaben** können für Bonuspunkte in der Klausur schriftlich in 2er Gruppen bis 11:15 Uhr im Briefkasten "Hausaufgaben Formale Modelle" in der Post, 5. Etage Augusteum, abgegeben werden.
- Abgabe der **Hausaufgaben** am Freitag, dem **22.06.**
- Besprechung der **Seminaraufgaben** in der Übung am Montag, dem **18.06.**

Wir definieren:
Sei (A, I) ein Spuralphabet und $w \in A^+$.
Eine Zerlegung $[w_1][w_2]...[w_n] = [w]$, wobei $w_i \in A^+$, heißt *Foata-Normalform* falls gilt

(F1) für alle $i = 1, ..., n$ sind die Buchstaben in $\mathrm{alph}(w_i)$ paarweise unabhängig und

(F2) für alle $i = 2, ..., n$ gibt es für jeden Buchstaben $a \in \mathrm{alph}(w_i)$ einen Buchstaben $b \in \mathrm{alph}(w_{i-1})$ mit $(a, b) \notin I$.

Seminaraufgabe 4.1 Betrachten Sie die lexikografische Normalform LNF (siehe. Seminaraufgabe 3.3 (b)). Es gilt:

$$w \in \text{LNF} \Leftrightarrow \text{ für alle Teilworte } aub \text{ von } w, \text{ mit } a, b \in \Sigma, u \in \Sigma^*, \text{ gilt} : (au, b) \in I \rightarrow a < b$$

Konstruieren Sie damit einen endlichen Automaten der das Komplement von LNF erkennt.

Seminaraufgabe 4.2 Berechnen Sie die Foata-Normalform von $[eacbd]$ und (A, I) wie in Hausaufgabe 3.4 (Beachten Sie, dass dort $D = I^c$ gegeben ist!).

Seminaraufgabe 4.3 Zeigen Sie, dass die Foata-Normalform eindeutig ist, d.h. falls gilt

$$[u_1]...[u_n] = [v_1]...[v_m]$$

und beide Darstellungen eine Foata-Normalform sind, dann gilt $n = m$ und $u_i \sim v_i$ für alle $i = 1, ..., n$.
Hinweis: Versuchen Sie Induktion nach n sowie Satz 3.11 anzuwenden.

Hausaufgabe 4.4 Sei (A, I) ein Spuralphabet und $w \in A^+$. Beweisen Sie, dass jede Spur $[w] \in M(A, I)$ eine Foata-Normalform besitzt.
Hinweis: Betrachten Sie die Knoten in $\Gamma(w)$.

Hausaufgabe 4.5 Für $s \in M(A, I)$ sei $n(s)$ die eindeutige Anzahl der Faktoren in der Foata-Normalform. Seien $s, t \in M(A, I)$. Beweisen Sie, dass folgende Ungleichungskette gilt:

$$n(st) \leq n(s) + n(t) \leq n(st) \cdot |A|$$