

Musterlösung: DIV (Magister) 1. Serie

1.a) geg. Laufschrift (endlich), Array der Buchstaben, Array der Anzahlen

- gehe durch die Laufschrift von vorn nach hinten (z.B. mit `for(i=0;i<L.length;i++)`)
- dabei: arbeite jeden einzelnen Buchstaben ab: (eventuelle Leerzeichen und Satzzeichen werden ignoriert); vergleiche Buchstabe mit Array, Buchstabe neu? – erzeuge Arrayeintrag mit 1
Buchstabe vorhanden? – erhöhe dazugehörigen Arrayeintrag um 1
- Ende: durchlaufe Array -> merke immer höchsten Wert -> gib am Ende den korrespondierenden Buchstaben des höchsten Arraywertes aus

2 Punkte

1.b) geg. Buch (endlich), Liste/Array der Wörter, Array der Anzahlen

- gehe durch das Buch von Anfang bis zum Schluß
- dabei: lies und speichere jeden Buchstaben -> bilde einen String bis man auf ein Leerzeichen oder ein Satzzeichen stößt: vergleiche die soeben gelesene Buchstabenkette (String) mit den schon abgespeicherten Buchstabenketten
-> Neu? : speichern & Wert 1 im Anzahlarray : erhöhe zugehörigen Wert um 1 im Anzahlarray
- Ende: durchlaufe Array -> merke immer höchsten Wert -> gib am Ende das korrespondierende Wort des höchsten Arraywertes aus

2 Punkte

1.c) periodische Laufschrift -> je nach Interpretation endlich oder unendlich

endlich: wie (a), Algorithmus muss aber nur für eine Periode ausgeführt werden, Periodenlänge kann erkannt werden...

unendlich: Algorithmus aus (a) würde nie terminieren, die Periodenlänge kann nie sicher erkannt werden...

2 Punkte

Jeder Schritt definiert ?

Festgelegte Folge von Ausführungsschritten ?

2.) Restberechnung nur mit +, -, * (mehrere Möglichkeiten)

```
int modulo(int x, int y) //1 Punkt für Ein- oder Übergabe
//für positive Eingaben
{
    if (y==0) return (x); //1 Punkt für Abfangen Fall y==0
    while(x>=y)
    {
        x-=y; //3 Punkte für While-Schleife
    }
    printf("Ergebnis: %d", x); //1 Punkt für Aus- oder Rückgabe
    return (x);
}
```

3.)

```
#include <stdio.h>

void ggT_euklid(int m, int n) {
    int ggT,tmp,rest;

    do {
        if(n < m) { // tauschen
            tmp = m;
            m = n;
            n = tmp;
        };
        rest = n % m; // größer mod kleiner
        tmp = m;
        n = m;
        m = rest;
    } while(rest);
    ggT = tmp; // kleinere Zahl ausgeben
    printf("\nggT: %i\n",ggT);
}

int main()
{
    ggT_euklid(35,20); // Beispielwerte
    return 0;
}
```

4 Punkte

4.) Algo findet größte Integer-Zahl (auch negativ) im Array von 0 bis N-1
Kommentare (4 Punkte)

```
#include <stdio.h>
int max(int* a,int N) { // Pointer des Arrays und Länge als Parameter
    int tmp=a[0],i; // erster Arrayeintrag ausgelesen

    for(i=1 ; i < N; i++) // "eins daneben" Prinzip
        if(tmp < a[i]) tmp = a[i];
    return tmp;
}
int main() {
    int i,a[10]; // N=10 als Beispiel
    for(i=0; i<10 ; i++) a[i] = (i * 17) % 15; // Init mit Werten zwischen 0 und 14
    printf("\nMax im Array: %i\n",max(a,10));
    return 0;
}
```

5.) Beweise mit Induktion:

a) $S(n): \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$

Induktionsanfang:

Für $S(1)$:

$$\sum_{i=1}^1 i = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$1 = 1 \quad \text{w. A.}$$

Induktionsvoraussetzung: $S(n)$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

Induktionsbeweis: $S(n+1)$ unter Annahme der Gültigkeit von $S(n)$

$$S(n+1): \sum_{i=1}^{n+1} i = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n+1} i = \sum_{i=1}^n i + (n+1) = S(n) + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2} \quad // (n+1) \text{ ausklammern}$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$= S(n+1)$$

b)

$$S(n): \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Induktionsanfang: $S(1)$

$$\sum_{i=1}^1 i^2 = \frac{1(1+1)(2*1+1)}{6}$$

$$1 = \frac{1(1+1)(2*1+1)}{6}$$

$$1 = 1 \quad \text{w. A.}$$

Induktionsvoraussetzung: $S(n)$

$$S(n): \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Induktionsbeweis: $S(n+1)$ unter Annahme der Gültigkeit von $S(n)$

$$S(n+1): \sum_{i=1}^{n+1} i^2 = \frac{(n+1)((n+1)+1)(2(n+1)+1)}{6} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

Schreibe

$$\sum_{i=1}^{n+1} i^2 = \sum_{i=1}^n i^2 + (n+1)^2 = S(n) + (n+1)^2$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{6(n+1)^2}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(2n^2 + 7n + 6)}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

und das ist gerade $S(n+1)$ wie oben berechnet.