

## Übungsblatt 11 zur Vorlesung „Automatentheorie“

Abgabetermin der H-Aufgaben: **bis 13 Uhr am 22. Januar** im Postfach „Übungsaufgaben Automatentheorie“ in **A 514** in Neues Augusteum.

In der ersten zwei Aufgaben sei  $S$  eine Potenzreihe über dem Semiring  $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$  und dem Alphabet  $\{a, b, c\}$ .

H 11-1 Sei  $(S, w)$  die Anzahl der Teilwörter  $ab$  im Wort  $w$ . Definiere den Homomorphismus  $h: \{a, b, c\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$  durch

$$h(a) = b, \quad h(b) = a, \quad h(c) = a.$$

Bestimmen Sie die Potenzreihe  $\bar{h}(S)$ .

H 11-2 Sei  $(S, w)$  die Anzahl der Teilwörter  $abc$  im Wort  $w$ . Definiere den Homomorphismus  $h: \{a, b, c\}^* \rightarrow \{a, b, c\}^*$  durch

$$h(a) = bc, \quad h(b) = ca, \quad h(c) = ab.$$

Bestimmen Sie die Potenzreihe  $h^{-1}(S)$ .

H 11-3 Finden Sie eine Basis des kleinsten stabilen Vektorraums, der die Reihe

$$(a + b + c)^* ab(a + b + c)^*$$

enthält, über dem Körper  $(\mathbb{Q}, +, \cdot, 0, 1)$  und dem Alphabet  $\{a, b, c\}$ .

Für die folgende Aufgabe erhalten Sie Bonuspunkte:

B 11-1 Seien  $A, B$  beliebige Alphabete und  $h: A^* \rightarrow B^*$  ein nicht-auslöschender Homomorphismus. Sei  $\mathcal{A}$  ein gewichteter Automat über  $A$  und einem beliebigen Semiring. Konstruieren Sie einen gewichteten Automaten  $\mathcal{A}'$  mit Verhalten  $\|\mathcal{A}'\| = \bar{h}(\|\mathcal{A}\|)$ .

Die folgende Aufgabe muss ohne Abgabe zur Übung bearbeitet werden.

S 11-1 Konstruieren Sie einen gewichteten Automaten über  $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$  und dem Alphabet  $\{0, 1, \dots, 9, +, *\}$ , der jedes Wort als algebraischer Ausdruck berechnet (d.h. der Automat simuliert einen Taschenrechner). (Für Vereinfachung, können die Werte für ungültige Ausdrücke (z.B.  $1 + *2$ ) frei gewählt werden.)