

Mathematisches Institut
Universität Leipzig
Prof. Dr. Erich Miersemann

Übungen zur Vorlesung

Differential- und Integralrechnung

SS 03

Blatt 4 (gestellt am 5. 5. 2003)

Abgabe: Nächste Woche im Seminar.

Aufgabe 1:

Zeige, dass e irrational ist.

Tipp: 1. Indirekt: Sei e rational, d.h., $e = p/q$ mit natürlichen Zahlen p, q .

2. Taylorscher Lehrsatz, Entwicklung an Stelle $x_0 = 0$ liefert

$$n! \frac{p}{q} - n! \left(1 + 1 + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!} \right) = \frac{e^\delta}{n+1}, \quad 0 < \delta < 1.$$

3. Wähle $n > \max(q, 3)$, dann kann die Gleichung in 2. nicht stimmen. Begründung?

Aufgabe 2:

Beweise, dass die Gleichung

$$x^n + px + q = 0,$$

p, q reell, n natürliche Zahl, höchstens zwei reelle Nullstellen hat, wenn n gerade ist.

Tipp: Satz von Rolle.

Aufgabe 3:

Berechne

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(3x)}{\tan(5x)}.$$

Aufgabe 4:

Berechne

$$a) \lim_{x \rightarrow 0+0} (\cot x)^{\sin x}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0+0} (x^x)^x.$$