

**Übungsaufgaben vom 12.1.2004**

**Aufgabe 1:** Zeigen Sie: Ist  $A$  eine nilpotente, komplexe  $(n \times n)$ -Matrix mit  $A^{l+1} = 0$ ,  $l \in \mathbb{N}$ , so gilt:

$$E - A = \exp \left( -A - \frac{A^2}{2} - \frac{A^3}{3} - \dots - \frac{A^l}{l} \right).$$

**Aufgabe 2:** Bestimmen Sie eine komplexe  $(2 \times 2)$ -Matrix  $\Lambda$  mit

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \exp \Lambda.$$

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie, daß eine reelle  $(n \times n)$ -Matrix  $A$  genau dann schiefsymmetrisch ist (d.h. es gilt  $A = -A^\top$ ), wenn alle Lösungen  $y = y(x)$  des homogenen Differentialgleichungssystems  $y' = Ay$  einen konstanten (euklidischen) Betrag haben:  $y(x)^\top y(x) = \text{const.}$

**Aufgabe 4:** Finden Sie ein Fundamentalsystem von Lösungen für die Differentialgleichung

$$(2x - 3x^3)y'' + 4y' + 6xy = 0.$$

Hinweis: Suchen Sie zunächst Lösungen in der Gestalt  $y = x^a$ !