
Algorithmische Geometrie

Inhaltsverzeichnis

§1. Einführung

§2. Basiskonzepte

§3. Punktsuche

§4. Voronoidiagramme und Delaunaytriangulierung

§5. Allgemeine Suchstrukturen

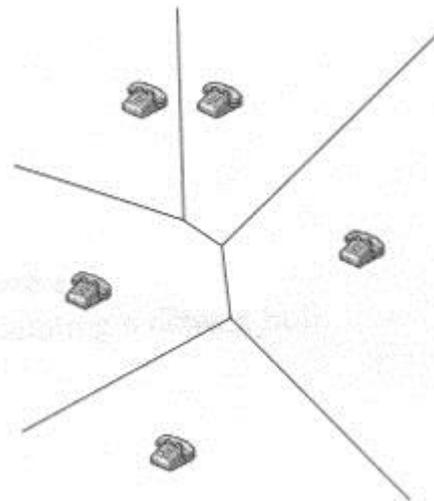
1.1. Was ist Algorithmische Geometrie?

Algorithmische Geometrie (Computational Geometry) beschäftigt sich mit dem Entwurf und der Analyse von Algorithmen und Datenstrukturen für geometrische Probleme. Die Probleme stammen vorwiegend aus Computergrafik, Visualisierung, geographischen Informationssystemen (GIS), Computersehen (Computer Vision) und Robotik. Algorithmische Geometrie entstand als eigenständige Disziplin zwischen 1975 und 1980.

1.2. Typische Probleme

1.2. Typische Probleme der Algorithmischen Geometrie.

(1) Während eines Spazierganges auf dem Campus müssen Sie als Nichthandybesitzer einen eiligen Anruf machen. Sie kennen mehrere Telefonzellen und suchen die Nächstgelegene. Um dieses Problem für jede Stelle auf dem Campus zu lösen, müssen Sie das Voronoidiagramm aufstellen.

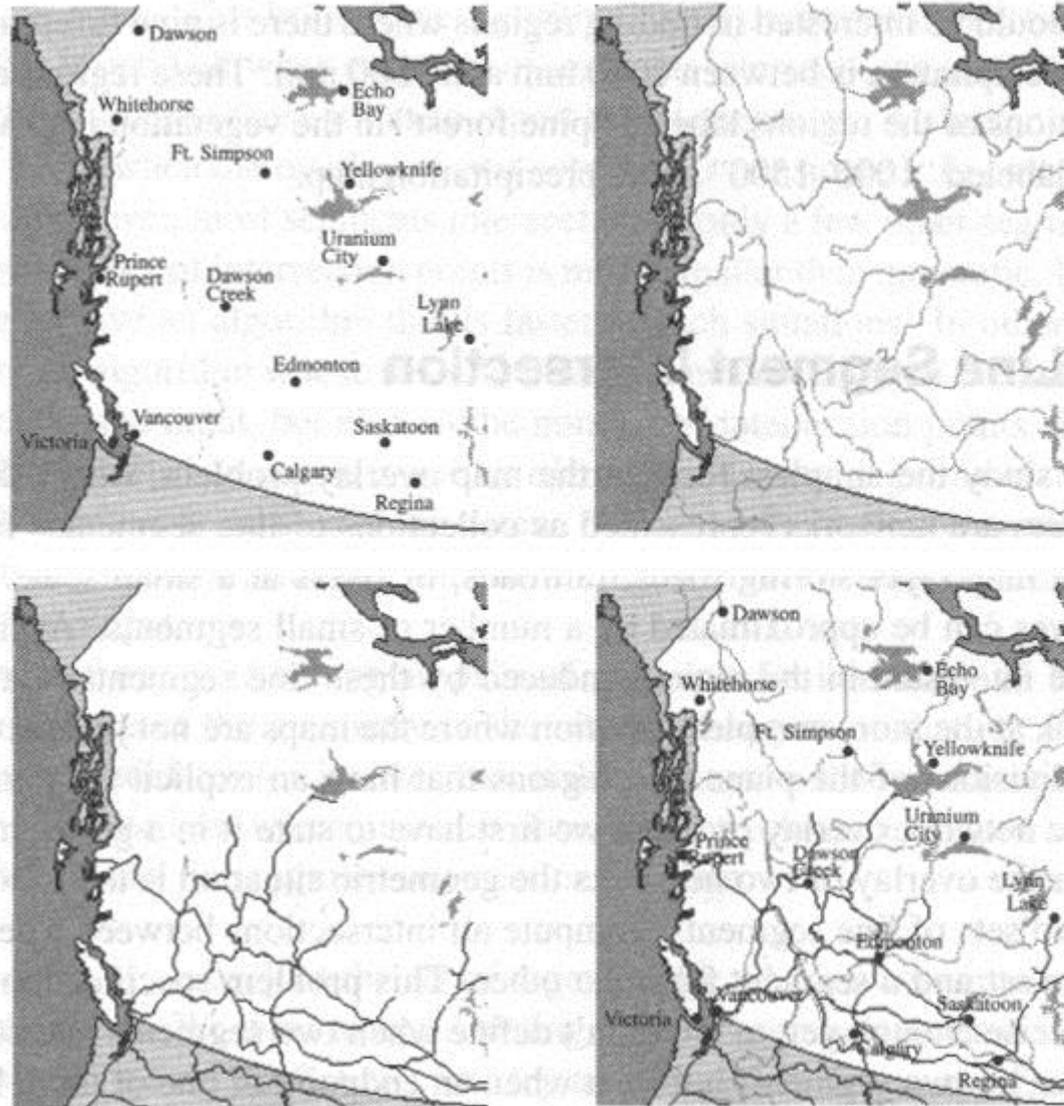


1.2. Typische Probleme

(2) Als Programmierer eines Geographischen Informationssystems (GIS) werden Sie typischerweise die Informationen in Schichten (Lagen) einzelner Karten ablegen (Straßennetz, Flusssysteme, Ortschaften, Bodennutzung, ...). Wenn Sie nun alle Brücken markieren wollen, müssen Sie alle Schnitte des Straßennetzes mit den Flüssen finden.

Haben Sie die Straßen und Flüsse (mit etwas Großzügigkeit) als Liniensegmente abgelegt, so suchen Sie alle Schnitte von Liniensegmenten der einen Menge (Straßen) mit denen der anderen Menge (Flüsse). Es dürfte klar sein, dass ein Schnitt jedes Straßenstückes mit jedem Flussabschnitt in Deutschland Ihr System schnell überfordert.

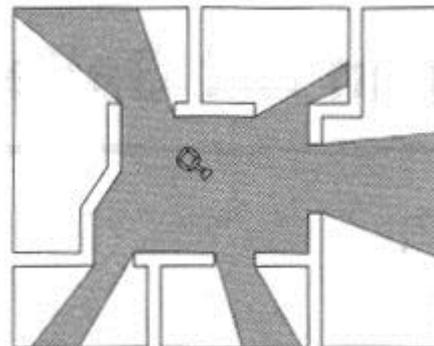
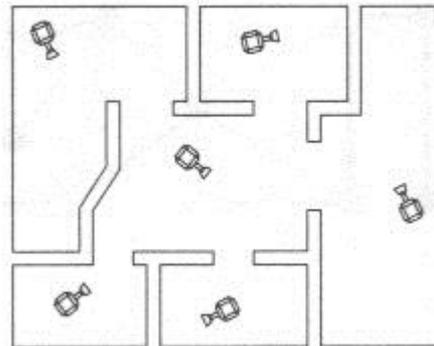
1.2. Typische Probleme



Cities, rivers, railroads, and their overlay in western Canada

1.2. Typische Probleme

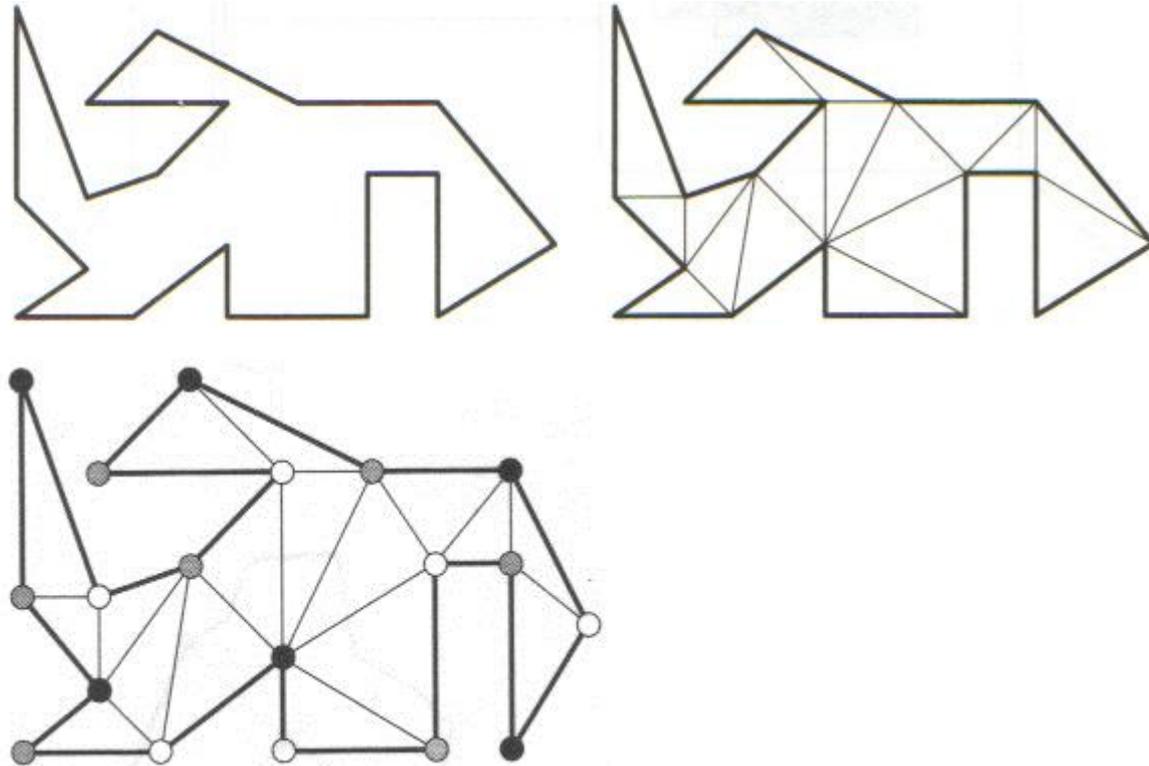
(3) Als Sicherheitsfachmann eines Museums sollen Sie möglichst wenige Überwachungskameras so positionieren, dass der gesamte Ausstellungsraum eingesehen werden kann.



1.2. Typische Probleme

Dies führt auf die Triangulierung beliebiger Polygone.

A simple polygon and a possible triangulation of it



Die Verbindung zur Computergraphik, etwa bei einem Dreiecksraytracer, dürfte ins Auge springen. Dass CAD-Systeme zur Triangulierung beliebiger Polygone in der Lage sein sollten, versteht sich von selbst.

1.2. Typische Probleme

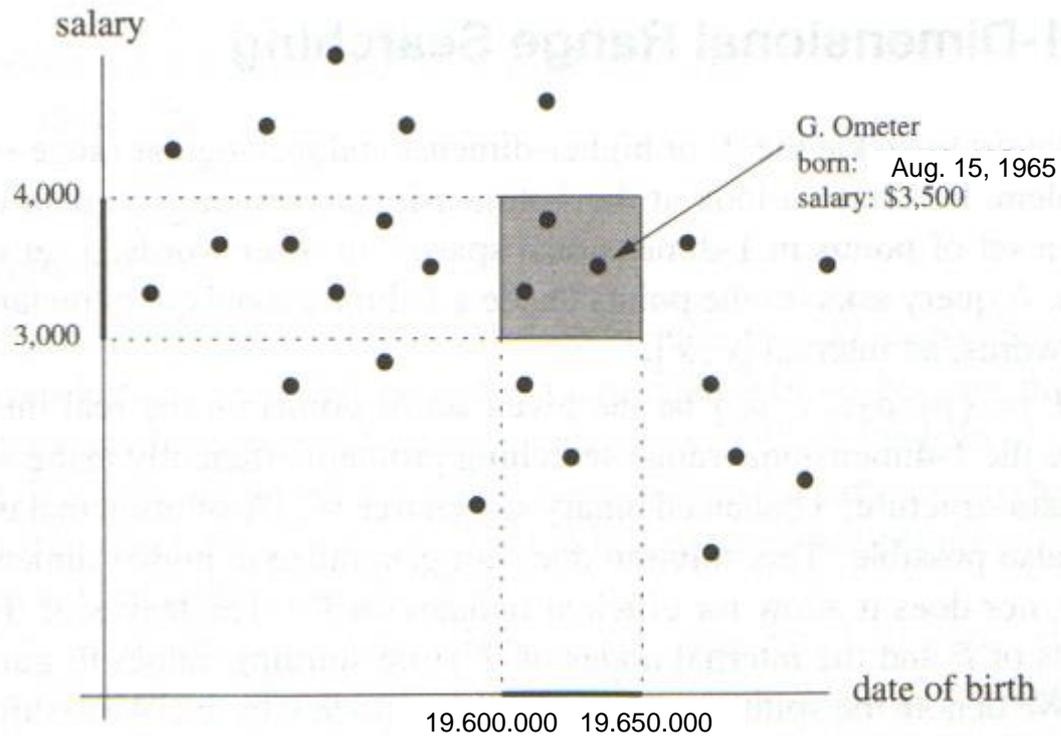
(4) In einer Datenbank sind Name, Geburtstag und Monatseinkommen der Mitarbeiter eines Unternehmens eingetragen. Sie sollen alle Mitarbeiter mit Geburtsjahr zwischen 1960 und 1965 und einem Monatseinkommen zwischen 3000 \$ und 4000 \$ herausfinden.

Dazu können Sie das Geburtsdatum mit der Formel

$$\begin{aligned} &\text{Jahr} \cdot 10.000 + \\ &\text{Monat} \cdot 100 + \\ &\text{Tag} \end{aligned}$$

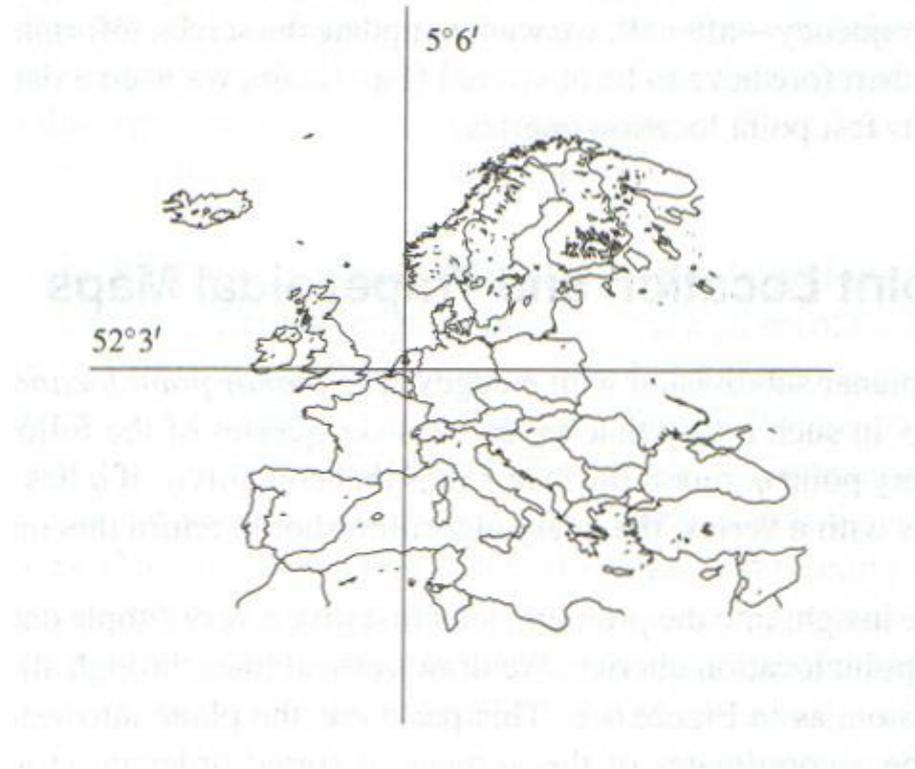
in eine Zahl umwandeln und dann eine Bereichsabfrage (Range Query) tätigen.

1.2. Typische Probleme



1.2. Typische Probleme

(5) Sie sollen aus einer geographischen Positionsangabe das zugehörige Land ermitteln.



Point location in a map

Diese für Menschen in der Ebene sehr einfache Aufgabe erfordert im Rechner einiges Geschick beim Design von Algorithmus und Datenstruktur.

1.2. Typische Probleme

(6) Sie haben die Höhe über dem Meeresspiegel an verschiedenen Stellen einer Insel gemessen und sollen nun ein Höhenrelief erstellen. Dazu müssen Sie die verstreut liegenden Messwerte interpolieren.

Als Lösung bietet sich eine "gutmütige" Triangulierung und lineare Interpolation an. Dieses Problem führt zur Delaunaytriangulierung.

1.2. Typische Probleme

(7) Sie arbeiten am Aufbau eines Navigationssystems für Fahrzeuge. Alle Straßen, Ortschaften und Städte der USA sind im System abzulegen. Verständlicherweise zeigt das Display nur einen kleinen Ausschnitt um die gegenwärtige Position des Fahrzeuges. Um diese Aufgabe hinreichend schnell auf günstiger Hardware zu realisieren, müssen Sie schnell eine Fensteranfrage (Window Query) auf Ihrer Datenbank mit Punkten, Liniensegmenten und Polygonen durchführen.

