Übungsblätter zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen
(Magister)
Sommersemester 2002

(Prof. Der)
Abgabetermin: 26.4. 2002 vor der Vorlesung

Serie 1

1. Aufgabe (3 Pkte.): Zeigen Sie durch explizite Angabe der Konstanten c und n_0 (s. Vorlesung), dass
$$g(n) = \left(n^3 - n\right)\left(\frac{1}{10}n^2 + 1\right)$$
sowohl $O\left(n^5\right)$ als auch $\Omega\left(n^5\right)$ ist. Was folgt daraus für die exakte Schranke?

2. Gelten folgende Aussagen (Mit Begründung, je Teilaufgabe 2 Punkte):
   (a) $n \log_2 n \in O\left(n^2\right)$ ($\log_2$ ist der Logarithmus zur Basis 2. Hilfe: für $n \geq 3$ gilt $n^{-1} \log_2 n < 1$ und monoton fallend)
   (b) $n \in \log_2 \left(n^2\right)$
   (c) $n + \log_2 n \in \theta(n)$
   (d) $n + \sqrt{n} \in \theta(n)$ ($\sqrt{n} = n^{\frac{1}{2}}$)

3. Aufgabe (Je Teilaufgabe 2 Punkte): Geben Sie unter Verwendung der in der Vorlesung gegebenen Wachstumsfunktionen (n^k, $n^k \log n$, 2^n mit $k \in \mathbf{N}$) für die folgenden Funktionen an: Die obere Schranke $O(f)$, die untere Schranke $\Omega(f)$ und ggf. die exakte Schranke $\theta(f)$. Begründen Sie die Aussage durch Angabe von Konstanten c und n_0.
   (a) $g(n) = 3n^2 + 4n$
   (b) $g(n) = 2^{n+10}$
   (c) $g(n) = n\sqrt{n}$
   (d) $g(n) = n\sqrt{n} + n^2$
   (e) $g(n) = 2^{n+10} + \log n^2$

4. Aufgabe (Je Teilaufgabe 2 Punkte): Zeitkomplexität des folgenden Programmfragments.
```
int  i,s=0;
for (i = 0; i < g(n); i++)
{s = s + 3;}
```
Die Berechnung der Funktion $g(n)$ in der Abbruchbedingung $i < g(n)$ erfordert einen bestimmten Aufwand (Anzahl von Schritten), der aber beim Abarbeiten der Schleife insgesamt nur einmal anfällt. Geben Sie die obere Schranke für die Laufzeit der Prozedur an unter folgenden Annahmen:

(a) Es ist $g(n) = n$ für alle n und $g(n)$ wird in $O(n)$ vielen Schritten berechnet.

(b) Es ist $g(n) = n$ für alle n und $g(n)$ wird in $O(n^2)$ vielen Schritten berechnet.

(c) Es ist $g(n) = 2^n$ für alle n und $g(n)$ wird in $O(n)$ vielen Schritten berechnet.